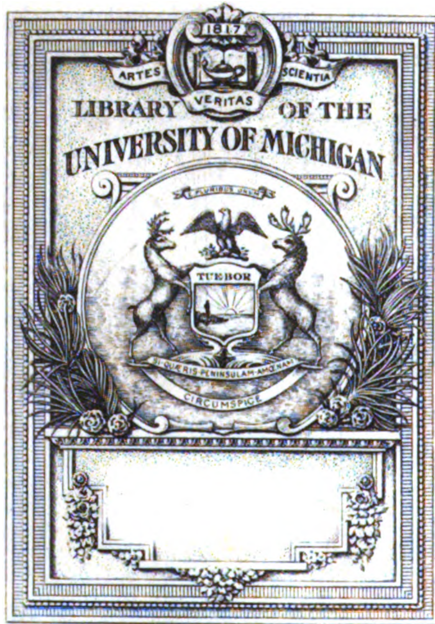
920


1817
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

ANTANALISI
A QVESITI
STAMPATI NELL' ANALISI
DI
BENEDETTO MAGHETTI.

Opera Algebrica
DI
SALVATOR GRISIO
DELLA CAVA.



IN ROMA,
Appresso Francesco Caualli. M. DC. XXXXIV.

CON LICENZA DE' SVPERIORI.

All'Ill.mo & R.mo Sig.re

IL SIG.

CAVALIER CASSIANO DAL POZZO

Abbate di S. Angelo.



PPENA conobbi la perſona di V. S. Ill:ma & hebbi pratica nella ſua nobiliſſima Caſa, che fui talmente legato dalle gentili maniere, & amoroſe ſue corteſie, e del Signor Carl'Antonio ſuo fratello, che ad ingratitudine grande io riputaua, ſe in qualunque maniera haueſſi potuto moſtrargliene qualche effetto, haueſſi tralaſciato di farlo; e la natura, che non fu ſcarſa in dare ſpatioſo campo al mio deſiderio, è ſtata anco propitia in darmi occaſione di moſtrarle in parte il conceputo deſio; poiche viuendo con tal'anſia me ne ha rappreſentata vna della preſente operetta, la quale,

le, benche minima cosa rispetto al mio molt' obligo, nondimeno per esser'vna delle più curiose, e più recondite parti della Matematica, facoltà tanto dalla sua persona honorata, che oltre all'esser'ella indefesso protettore de' Virtuosi, e bell'ingegni d'ogni genere, può in specie chiamarsi fedel fautore de'seguaci di quella; ho preso ardire mandar'al comun'vso, sotto il felicissimo Auspicio dell'Ill.mo suo nome, Calamita in vero delle speculatiue menti, ò pur Pozzo per non dire (quanto è lecito) centro degl'ingegni; acciò che mi serua, come per sentiero da quì auanti à maggiormente potermi auuicinar'a'suoi commandi. La prego dunque a gradir l'affetto in questo picciolo volume, e lo riceua co'l medesimo animo, col quale io con questa cosa presento, e dedico tutto me a V. S. Ill.ma alla quale pregando dal Cielo ogni vera felicità, fo humilissima riuerenza. Di Roma li 8. di Ottobre 1641.

Di V. S. Ill.ma & R.ma

Deuotiss. & obligatiss. Seruitore.

Saluator Grisio.

L'Autore à chi legge.



TIMO conueneuole benigno Lettore, prima, che venghiamo al discorso di questa operetta, informarti breuemente di due cose, che mi hanno mosso à comporla, oltre le persuasioni de gli amici, e della sostanza della materia che in essa trattarassi. Essendo vscite l'Anno 1638. alle stampe noue Proposizioni, o Quesiti Algebrici, dati in luce dal Sig. Benedetto Maghetti Medico in Ancona, che in vn foglio con tal titolo: *A tutti quelli, che professano Mathematiche, &c.* compendiosamente furono dall'istesso inuiate in diuerse principali Città d'Italia, e fuori di essa, doue domandauasi oltre alla soluzione de Quesiti, che se le desse auuiso, se da altri prima di lui fusse stato insegnato il modo di estrarre le radici, di numeri composti con dignità Algebratiche, e senza. E trouandomi io allora in Roma, per l'amicizia, che sempre con il sopradetto Autor hò professato, fui de i primi a quali il foglio capitasse: mi peruenne alle mani di martedì, & il seguente sabbato gl'inuiai la soluzione di vna buona parte de suoi Quesiti: ma quello a che più io attesi in si breue tempo, fu il cercar di dirle liberamente il mio parere, tanto della cosa da esso stimata per nuoua, quanto d'altri particolari, che giudicai necessarij, mentre con lettera a parte mi pregaua con istanza à ciò fare con schiettezza, e sincerità. Non volsi defraudarlo di sì ardente petizione, pretendendone acquisto di maggior beneuolenza appresso di lui, compiacendo al suo desiderio, per lo che di due cose essenziali parmi, che io l'auuertissi, prima, che giudicauo hauesse egli errato nella moltiplicazione nel comporre il secondo Quesito, hauendo posto vna per vn'altra dignità, poi gli accennai, che tali sue inuenzioni non erano da me stimate nuoue potendo far esso congettura dalla breuità del tempo, che haueuo in risoluere i suoi quesiti posto, s'era vero quanto da me se gli scriuea, e che altri più versati di me in questa scienza, senza difficultà l'hauerebbono anche risoluti; che se fusse stata cosa nuoua, non così facilmente ne sarebbono venuti alla conclusione; e che se bene non tutti gli Autori d'Algebra ne poneuano regole vniuersali,

non-

nondimeno da quello, che ne diceuano, e dà discorsi loro si scorgeua essersi eglino prima di altri accorti di quel, che esso giudicaua nuouo, onde porla hora per tale, lo stimauo cosa superflua, quando però non fusse stata generale.

Sopramodo dispiacquero al Sig. Maghetti questi miei sinceri auuertimenti, che però nella risposta amaramente meco se ne dolse. Ne finì quì il suo rammarico contro di me, perche essendo stato notato d'errore il medesimo suo secondo Quesito anco dal Sig. Gio. Camillo Gloriosi, rispondendogli il Sig. Mag. con vna Apologia scriue, che il Gloriosi habbia ciò fatto forsi per compiacer l'amico di Roma (così nominandomi) come se questi fusse persona di sì basso giudizio, che per compiacer ad vn amico, volesse egli metter à rischio la riputazione sua, caso che non fusse stata vera la taccia data a manifesto errore: E questo ancor sarebbe poco, se non vi fussero tuttauia altri lamenti contro di me, come che io sia causa, che gli amici disprezzino, ò pur non diano quell'applauso alle sue cose com'ei pretendeua. Finalmente pareua a gli intendenti di quest'arte, che il già detto Autore hauerebbe douuto desistere da tale opinione, fattagli conoscere erronea, e fallace, il che senza molto palesarsi poteua benissimo fare, ma perche *vnusquisque abundat in sensu suo*, l'Anno 1639. diede alle stampe la soluzione de sopradetti suoi 9. Quesiti, con titolo di *Analisi, ò Resolutione de Quesiti &c.* persuadendosi con essa mostrar al mondo, che chi l'hauea auuertito era stato poco accorto in dar tali auuertimenti & insieme publicarsi inuentore di cose nuoue.

Onde per mostrar che il mio sincero auuiso era fondato nella dottrina di altri Autori, non nel solo mio parere; pensai, che quando hauessi posto insieme l'autorità de gli altri douessero seruirmi per scusa appresso del suddetto, poiche hauerebbe scorto da quelle, che quanto io gli haueuo detto non era del tutto senza proposito, e questa fu la prima causa di comporre questa operetta. A questo effetto mi posi a legger l'Analisi con attenzione non ordinaria, e spogliato d'ogni minima passione, cercando sempre raggioni di scusarlo per quanto fusse stato possibile, che però l'andai più volte discorrendo per non errare, dubitando sempre di me medesimo: ma essaminando ben il tutto, e conferendo con gli Autori antichi, e moderni, trouai non es-

essermi ingannato altrimenti, anzi che il primo mio auuertimento era minimo, rispetto a gli altri, che si poteuano dar in quest'Analisi. Si che doue prima pretendeuo io ciò far solamente per vn discolpo appresso il Sig Mag. e sodisfazione de gli amici particolari con vn breue discorso, giudicai doucisi far per necessità, anzi esser obligato come della professione a giouar altrui, e questo fu il secondo stimolo a comporla. *Non causa reprehensionis, aut iactantia* (seruendomi di quel che altrui disse in simil occasione) *sed ne quis aut frustra laboret quærendo veritatem in rebus falsis, aut decipiatur grauiter, non sine iactura: tantum manifestiores, & periculosos recensebo errores, quos vel transferendo non diligenter examinauit, vel describendo per incuriam præterijt, vel inueniendo deceptus est.*

Così diuisi l'opera in 7. Esami; nel primo de' quali tratto del modo di moltiplicare tenuto dal Sig. Mag. numero razionale con numero irrazionale siano Cossici, ò assoluti &c. Nel secondo del modo di partire vna quantità Cossica per vn altra quantità. Nel terzo del modo di cauar il lato, o radice da semplici numeri Cossici. Nel quarto discorro del modo tenuto dal sopradetto in cauar la radice da i moltinomij Algebrici. Nel quinto della sua regola in sommar le radici de moltinomij Algebrici. Nel sesto della simile regola in sottrare tali radici di moltinomij l'vna dall'altra. E finalmẽte nel settimo tratto della pratica tenuta dall'Autore sopradetto in soluere li suoi proposti Quesiti, e si esaminaranno con altri moltinomij simili, & anco la regola tenuta in cauar il lato Cubo da vn binomio: in tutti li quali esami si andarà mostrãdo quasi à dito quali siano le buone, o dubbiose regole nell'Analisi, e sue nuoue inuenzioni: onde mi sono ingegnato di addurti tutte l'opinioni, che ne gli altri Autori ho trouate, non ponẽdoui del mio, se non poca cosa, cioè l'vnirle insieme. In tanto benigno lettore, leggi, e rileggi l'Analisi, e quello, che se le risponde: e poi giudica a tuo gusto, e se l'opera non è secondo l'aspettatiua, appagati per hora del buon affetto, e se si è indugiato tãto a mandarla in luce (il che credeuo douesse sortir nel fin dell'anno 1639) non te ne merauigliare, poiche infiniti sono gli accidenti, che occorrono giornalmente a gli huomini, senza poterli preuedere. Viuisano.

IO Raffaello Magiotti Dottore in Canonico, è Ciuile, hauendo riueduta la presente Antanalisi, non v'hò trouato cosa contrariante alle Diuine leggi, e buoni costumi; ma si bene molt' vtile alli studiosi di queste materie opera degna d'essere stampata. Il dì 20. Agosto 1641. Raffaello Magiotti.

Imprimatur

F. Io. Vin. Morenus socius Reu. S. P. A. Mag.

TAVOLA
delle cose più notabili.



Esa-

TAVOLA.

ER-

ERRORI DI STAMPA.

Car. 13 l. 22 verrò. leggi . varrò
47 nella postilla manca: o — che fa esser possibile.
50 lin. 26 E. questa, leggi, E questa.
62 lin. 10 1CC. l. 1CCC.
64 lin. 19 leua via : nè
67 lin. 12 ordino . l. ordine :
74 lin. 8 le. l. e
78 nella prima postilla; ha radice. l. ha due radici.
81 lin. 20 il leg. l'esempio del
88 lin. 26 14745QQ. l. 147456QQ. e 26400CC l. 264000C
89 lin. 17 R℞Q.280. l. R℞Q.180
93 lin. 2 è non vero. l. e non è vero
96 lin. penultima. R℞Q748CC. l. R℞Q648CC
98 lin. penultima. R℞C.24Q. l. R℞C.20Q.
99 lin. 25 24C. l. 48C.
105 lin. 17 resta C8. l. resta 8C
108 lin. 11 settimonio l. settinomio.
111 lin. 11 96C. l. 90QC
111 lin. 15 ✱27N. l. ✱27C.
112 lin. 1 à l. è
116 lin. penultima. (28✱24N) l. (28C✱24N)
129 lin. 3 R℞8090. l. R℞8092
139 nella postilla. Trinomio l. Quadrinomio.



AVVERTIMENTI necessarij per introduzione all' Opera.



1 SI auuerta, che trouandosi molti degli Autori, i quali si citaranno in questa operetta stampati più volte in diuersi tempi, e luoghi, per leuar ogni dubbio, che ad alcuno potesse occorrere, quando apportandosi il luogo, e cercando in esso non trouasse ciò, che si cita, e per conseguenza facesse sinistro giudizio: dicendo forse, che da me siano stati citati i luoghi per accrescer autorità, non perche sia il vero: perciò ho voluto notar quì appresso i nomi di quei, de' quali mi sono seruito, con i luoghi doue sono stampati, e gli anni, secondo l'antichità loro.

Fra Luca dal Borgo San Sepolcro. Venetia 1494.
Hieronymi Cardani Arithmetica. Mediolani 1539.
Michaelis Stiphelij Arithmetica. Norimbergæ 1544.
Francesco Galigai. Pratica di Arithmetica, in Fiorenza 1552.
Nicolò Tartaglia Parte sesta Algebra. Venetia 1556.
Ioannis Buteonis Logistica. Lugduni 1559.
Iacobus Peletarius de occulta parte numerorum. Parisijs 1560.
Pedro Nunnez Algebra. en Anuers. 1567. Spagnuola.

Gulielmus Gossellinus de occulta parte numerorum. Parisijs 1577.

Rafael Bombelli Algebra. Bologna 1579.

Ioseppo Vnicorno Aritmetica. Venetia 1598.

Euclides cum Commentarijs Clauij. Romæ 1603.

Christophorus Dibuadius in Arithmetica irrationalium Euclidis Arnchemij 1605.

Christophori Clauij Algebra. Romæ 1608.

Pietro Antonio Cataldi Algebra Proporzionale. Bologna 1610.

Ludolphi à Ceulen fundamenta Arithmetica, &c. Lugduni Batauorum 1615.

Ioannes Lantz in Institutionum Arithmeticarum libro, &c. Monachij 1616.

Pietro Antonio Cataldi delle quantità irrazionali. Bologna 1620.

Claudius Gaspar Bachetus in Diophanto. Lutetiæ Parisiorum 1621.

Simon Steuin Arithmetique. a Leide 1625. Franzese.

Albert Girard l'Algebre. a Amsterdam 1629. Franzese.

Ioannis Camilli Gloriosi Decas secunda. Neapoli 1635.

Eiusdem Decas tertia. Neap. 1639.

2. Secondariamente auuertasi, che seruendosi li suddetti Autori di diuerse dignità Algebriche, e di diuerso ordine, ò progresso in esse, chi vsando vna, e chi vn'altra sorte di caratteri cossici, e circa l'ordine, chi segue Diofanto, e chi altri, e perche la varietà di detti caratteri non si troua così facilmente nelle stampe, & anco per leuar la confusione con la varietà loro, e de' nomi, massime a' principianti, noi habbiamo seguito Diofanto, e ne' caratteri, e nell'ordine, sì per essere eglino noti, e facili nello stamparsi, come per hauer vna certa similitudine con il nome ch'esprimono, però quando s'apportaranno i luoghi de' suddetti Autori; si notaranno sì bene tutte le parole ad vnguem, ma le dignità, e l'ordine si mutaranno, ponẽdo noi in luogo di quel carattere, che significa hauersi da cauar la radice da qualche numero, questo ℞: chiaman-

mādolo carattere radicale, ò radice. In luogo della dignità da molti nominata Cosa, Tanto, ò Prima dignità, &c. habbiamo posto questo N. In cambio della Potenza, Quadrato, Censo, ò secõda dignità, adoperiamo il Q. Così per il Solido, ò Cubo ci seruiamo del C; e col medesimo ordine ne gli altri, lasciando à parte però li sursolidi, ò relati primi, secondi, &c. com'altri chiamano.

3 Oltre à questo seruendosi indifferentemente gli Autori sopranotati, chi del carattere R, solo, e chi del R, e Q, insieme, così R Q. in voler esprimere, che si debba pigliar la radice quadra del numero, che li segue appresso, ancor noi secondo l'occasione venutaci, quando ci siamo seruiti della R sola, e quando della R, e del Q, insieme: per esempio, quando si trouasse R 20, ò R Q 20; tanto l'vno, come l'altro significa, che dal 20 si debba cauar la radice quadra; siche quando non si troua altro carattere appresso alla R, dinota, che si debba pigliar la radice, ò lato quadrato solamente, e quando si troua così R C; la radice cuba significa; quando così R Q Q: la radice quadra quadrata, &c. chiamandoli caratteri radicali, perche dimostrano la specie di radice, che si deue cauar dalla quantità, alla quale sono anteposte.

4 Di più notisi, che il carattere radicale posto auanti à qualsiuoglia numero con dignità intendiamo (com' anco vogliono tutti gli altri Autori) che dinoti douersi pigliar la radice tanto dal numero, quanto dalla dignità, che li segue, di quella specie però, che dimostra il carattere radicale postogli innanzi: exempli grazia R. 12 N, ò R Q. 12 N, intendono tutti, ed io con essi, che vogli dire douersi pigliar il lato da 12 N; e così R.20 Q, ò R Q. 20 Q, che si debba pigliar' il lato, ò radice da 20 Q. similmente R C. 9 C, & R C. 8 QQ dinota douersi pigliar' il lato cubo da 9 C, e da 8 QQ, così R QQ. 6 QC; che si debba pigliar' il lato quadro quadrato da 6 QC, &c.

5 Vltimamente auuertasi, ch'vsando molti Scrittori de' suddetti le radici legate, ouero vniuersali diuersamente, chi in vno, e chi in vn' altro modo notandole, noi ci siamo sempre seruiti di due segni, che fanno la parentesi, intenden-

do, che il carattere radicale di fuori della parentesi à man sinistra dinoti douersi pigliar la radice della specie, che mostra il carattere radicale, di tutte quelle quantità, che si trouano dentro di essa. Verbi grazia ℞ (6 Q + 2), ouero ℞ Q. (6 Q + 2) dinota douersi pigliar la radice quadra da 6 Q + 2, che stà incluso in parentesi. Similmente trouandosi col carattere di radice cuba, così ℞ C. (4 N − 6) significa douersi pigliar la radice cuba da 4 N − 6, ch'è dentro le parentesi, e così de gli altri: le quali radici sono da alcuni nominate radici legate, da altri radici vniuersali, e da altri radici binomij, trinomij, &c. e questo si fà per dimostrare, che di tutte le quantità incluse trà quelle due virgole, (considerate come vna sola quantità) si debba pigliar'il lato. Quando poi la quantità è vna sola, non occorrerà includerla dentro il sopradetto segno.



ANTANALISI A' QVESITI stampati nell'Analisi del Maghetti.

ESAME PRIMO.

DEL MODO DI MOLTIPLICARE NVMERO irrationale per numero, con dignità Algebrica tenuto nell'Analisi.



ROVO Signor Maghetti mio, nella sua Analisi (per dar principio à questo primo Esame) à carte 20. riga 5. così precisamente scritto.

„ *Moltiplichisi ℞ Q. 3. via 2 N. fa ℞ Q. 12 N.*
„ *quì nasce vn dubbio, se hauendosi à quadrare il 2. numero di N.*
„ *si debba anco quadrare la dignità, e dire ℞ Q. 4 Q.*

Et soggiungendo più oltre il suo parere, dice:

„ *Se ho da dire il mio senso, credo si possa fare l'vno, e l'altro*
„ *modo, perche nell'vno, e nell'altro modo si può cauar la ra-*
„ *dice quadra, ò cuba, &c.*

Prima ella vuole, che à moltiplicar ℞ Q. 3. via 2. N. facci ℞ Q. 12. N; e poi soggiunge, che nasce vn dubbio, se à quadrar 2. numero di N. si debba quadrare anco la dignità, e dire ℞ Q. 4. Q. Qual dubbio subito essa scioglie, con dire la sua opinione, che è, nell'vno, e nell'altro modo potersi fare, perche torna il medesimo. Io non intendo come possa nell'vno, e nell'altro modo tornar' il medesimo, perche se il quadrato di 2. N. fa 4 N. (come vuole ella la prima volta) queste moltiplicate per ℞ Q. 3. fanno ℞ Q. 12. N; e starà come nell'Analisi. Et se à quadrare 2. N. fa 4 Q. (come dice poter ancora stare, perche torna il medesimo) questi

mol-

moltiplicati per ℞ Q.3. sarà ℞ Q.12 Q; siche tanto è ℞ Q.12 N. quanto ℞ Q.12 Q. il che è impossibile.

Dubbito, che ella volesse ridursi all'opinione comune, e per non dimostrar questa mutazione così improuisa, andasse à poco à poco accommodandosi; e che però s'inducesse à mostrarsi ambiguo: ma, che poi se ne sia pentito, perche mi pare, che nell'Apologia difende questa cosa medesima à spada tratta (se bene senza niuna dimostrazione): onde per mostrar quanto tal' opinione mi giunga nuoua, verrò à gli esempi, e poi all'autorità.

Io non nego, che, se ella hauesse definito, che in moltiplicarsi, verbi grazia, 2 N. in se medesimo, intēdeua, che douesse fare 4 N. (nel caso però d'hauerle da moltiplicare con altro numero irrazionale) che ci sarebbe stato da dire cosa niuna, perche, hauendo specificata la sua volontà a' lettori, non si poteua intender altrimenti, ma il voler, che vna volta in quadrare 2 N. debba fare 4 Q. & vn'altra volta 4 N; non sò il perche, nè da chi sarà mai inteso senza esplicazione. Et, se essa si preuale dell' autorità del Bombelli, dicendo alla riga 11. carte 20. dell'Analisi.

» *Il Bombello à niun'altro secondo, dice nel 2. lib. della sua Algebra*
» *à carte 206. che à moltiplicare ℞ Q. via dignità è come molti-*
» *plicar numero via dignità, perche la radice non è altro, che vn*
» *numero in potēza; e però la diuersità cōsiste solo nel numero senza*
» *participatione della dignità: e poi soggiunge, che conduce à trop-*
» *pa gran dignità, che per euitar quest' inconueniente si lasci star la*
» *dignità, e dice, che à moltiplicare ℞ Q.5. via 2 N. fa ℞ Q.20. N*

Le rispondo due cose. Primieramente di non credere, che il Bombelli hauesse tal'opinione per l'effetto, che

quel

quello dice di non giungere à troppa dignità, perche sarebbe vn sproposito il dirlo, stante, che, se questo militasse in ogni quesito, occorrendo di quadrare, ò cubare qualche dignità con numero, si potrebbe lasciar di quadrare, ò cubare la dignità, per non entrare in dignità grãdi, qual opinione è erronea, perche ne' quesiti bisogna, si operi secondo li requisiti necessarij della domanda, senza riguardo doue sia per condursi con le dignità l'Analista, altrimenti questo è vn'operare à tastoni, non per regola generale; e per conseguenza il Bombelli non dà buona ragione.

Secondariamente rispondo: concesso, che il Bombello dica tal cosa (com'è vero) perche ella, che lo tiene à niun'altro secondo lo seguita in questo, sapendo, che poi quello non si serue, nè vsa tal modo di quadrare, numero con dignità, quando viene alla soluzione de' quesiti, come credo, ch'ella sappia, & appresso si dirà? Se io fussi seguace del Bombelli, l'hauerei studiato tutto, per potermi bene cõfermare nella sua opinione, non in vna, ma in molte cose, & quando l'hauessi trouato ambiguo, l'hauerei lasciato.

Et accioche veda se sia vero, che il Bombelli non osserua questa regola tanto da V.S. commendata, pigliamo l'Algebra del detto Autore, e leggiamo verso il fine della carta 218. doue insegna il modo di moltiplicare, le cui parole sono queste: *Bombelli non osserua quello ch'altroue hà insegnato.*

» *Moltiplichisi ℞ Q (4N.—6.) via 3N; leuisi la ℞ Q. legata col*
» *quadrare tutte due le parti, e si hauerà 4N — 6; e 9 Q. Hora*
» *moltiplichisi 4 N —6. via 9 Q. farà 36 C.— 54 Q. e di questo*
» *se ne piglia la ℞ Q. legata (come era prima) e dirà ℞ Q.*
» *(36 C—54 Q.) e questo è il prodotto.*

Dal

Dalche si vede hauere quadrato prima 3 N; e fatto 9 Q; non 9 N; come altroue dice, & ella pretende: & questo esempio del Bombello non è solo, perche nei tre esẽpi, che seguitano dopò il suddetto, opera nell'istesso modo, quadrando ambedue le parti, &c. & notisi, che la regola del Bõbelli in questo luogo è generale, e buona, nè deue esser'altrimenti; & da quelle parole:

„ *Leuasi la ℞ Q. legata, col quadrare tutte due le parti, &c.*

Et da quell'altre:

„ *Di questo se ne piglia la ℞ Q. legata (come era prima) &c.*

Si scorge tal regola essere vniuersalissima, e contraria alla medesima sua opinione, come sentirà meglio appresso: ma che dico io essere tal regola del Bombello vniuersale, & che occorre cercarla nel detto Autore, se è la medesima, che ella pone à carte 81. dell'Analisi quiui non osseruata.

Forse si scuserà, con dire esser differente l'hauer à moltiplicare 3 N. per ℞ Q (4 N.—6), che è numero legato, & hauer da moltiplicare per esempio 2 N. per ℞ Q. 5. che non è legato.

E tale scusa (se pur la farà) dico non parermi à proposito, perche tanto è à liberare ℞ Q (4 N.—6) dall'irrazionalità, ò dalla radice legata, moltiplicandola in sè medesima, ò leuandoli ℞ Q. dinanzi, quanto à liberar ℞ Q. 5; moltiplicandole pur in sè medesime, ò leuandogli dinanzi la ℞ Q. siche quando si ha da moltiplicare ℞ Q. (4 N—6) per 3 N; la regola (secondo che ancor essa dice à car. 81. & il Bombelli) è di quadrar l'vno, e l'altro, & saranno 4 N—6; & 9 Q; & poi moltiplicar l'vno per l'altro, & del prodotto pigliarne la

℞ Q;

℞ Q; così quando si ha da moltiplicare ℞ Q 5. per 2 N; si deue quadrare (per l'autorità antedetta del Bombelli, e di lei) l'vno, e l'altro saranno 5. & 4 Q; & del prodotto, che è 20 Q. pigliarne la ℞ Q; che sarà ℞ Q. 20 Q; e quest' è la regola reale, e vera, Sig. mio, posta dal Bombelli, e da lei. Nè le vaglia il dire, che la ℞ Q. di 20 Q. sia ℞ Q. 20 N; perche è ragione friuola, come nell'Esame terzo mostrerassi.

E lasciati gli esempij del suddetto Bombelli, venghiamo alla pratica del medesimo, & come opera nella soluzione de i Quesiti la medesima regola. Andiamo per tanto à carte 590. della sua Algebra, doue risolue il Problema 206. quale dice: Bõbelli nella soluzione de' Quesiti operà come gli altri Autori.

» *Facciasi di 30. quattro quantità in continua proporzione, &c.*

E vi trouaremo scritto alla riga 5. che la seconda delle parti, che cerca, sia

» $\frac{1}{2}$ N — ℞ Q. $\left(\frac{7\frac{1}{2} Q - \frac{1}{2} C.}{30 + 2 N.}\right)$

Et seguendo più oltre, dice alla riga 8. quanto sia il quadrato di detta parte, scriuẽdo così:

» *che il quadrato della seconda è* $\frac{1}{4}$ Q. + $\frac{7\frac{1}{2} Q - \frac{1}{2} C}{30 + 2 N}$

» — ℞ Q. $\left(\frac{7\frac{1}{2} QQ - \frac{1}{2} QC}{30 + 2 N}\right)$

Dalche manifestamente si vede, che hauendo moltiplicato $\frac{1}{2}$ N. via ℞ Q. $\left(\frac{7\frac{1}{2} Q - \frac{1}{2} C}{30 + 2 N}\right)$ & preso il duplo del prodotto (lasciando noi i quadrati dell'altre due parti) ha fatto ℞ Q $\left(\frac{7\frac{1}{2} QQ - \frac{1}{2} QC}{30 + 2 N}\right)$, siche hà prima quadrato $\frac{1}{2}$ N. & fatto $\frac{1}{4}$ Q., come anco fece à carte 218. non $\frac{1}{4}$ N. come ella pretende, imperoche, se nel quadrar $\frac{1}{2}$ N. nõ hauesse fatto $\frac{1}{4}$ Q. ma $\frac{1}{4}$ N. questo mol-

tiplicato per ℞Q. $\left(\frac{7\frac{1}{2}Q - \frac{1}{2}C.}{30 + 2N}\right)$, & preſo il ſuo duplo, ſarebbe ℞Q. $\left(\frac{7\frac{1}{2}C - \frac{1}{2}QQ}{30 + 2N}\right)$ non come ſopra: adunque il Bombello ancor'eſſo opera come gli altri Autori tutti, non oſtante, che altroue habbia detto altrimenti.

Et per maggior conſermazione (prima di porre mano alle autorità) vediamo queſto medeſimo modo d'operare del Bombelli nella ſoluzione del Queſito 242. à carte 623. che dice:

„ *Facciaſi di 24. tre parti in continua proporzione, &c.*

Perche ſimilmente trouaremo nel quadrar $\frac{1}{2}$N. hauer fatto $\frac{1}{4}$Q., non $\frac{1}{4}$N., & ſi ſcorge da queſto (per abbreuiarla), che dicendo la prima parte delle tre, in che vuol diuidere il dato 24. eſſere.

„ $12 - \frac{1}{2}N. -$ ℞Q $(144. - 12N - \frac{3}{4}Q)$

Segue poi, dicendo il quadrato di queſta prima parte eſſere

„ $288 - 24.N. - \frac{1}{2}Q -$ ℞Q. $(82944. - 13824N +$

„ $288Q - 288.C - \frac{3}{4}QQ)$.

Siche ſi vede, che, hauendo moltiplicato $12. - \frac{1}{2}N.$ per ℞Q $(144. - 12.N - \frac{3}{4}Q)$, & del prodotto preſone il duplo, eſſendone venuto $-$℞Q. $(82944. - 13824.N. + 288Q - 288C - \frac{3}{4}QQ.)$, neceſſariamente ſegue, che, hauendo quadrato $\frac{1}{2}$N. ha fatto $\frac{1}{4}$Q. poiche la maggior dignità, che ſi ſcorge dentro il numero legato nel prodotto è $\frac{3}{4}$QQ, i quali prima, che fuſſero moltiplicati erano $\frac{3}{4}$Q; &, ſe fuſſero ſtati moltiplicati per N; douerebbono eſſer $\frac{3}{4}$C; non $\frac{3}{4}$QQ, adunque il Bombelli preſo da V.S. per brocchiero, quando quadra

dra

dra N; fa Q. non N; & opera tutto il contrario di quanto in altro luogo esso medesimo insegnò.

Seguitiamo più oltre. Ella scriue alla riga 21. della medesima carta 20.

» *All'incontro il Padre Clauio nel fine del cap. 26. della sua Algebra à carte 137. dice, che si deue quadrare con il numero anco la dignità, e dà l'esempio, che douendosi moltiplicare 1 N. via ℞ Q 4. il prodotto è ℞ Q 4 Q, e se s'hà da moltiplicare 3 N. via ℞ Q 16. fa ℞ Q. 144 Q. e per maggior chiarezza adduce il problema 12. e 28. del cap. 32. nel duodecimo problema, moltiplicando ℞ Q. 162 + 9 — 1 N. via ℞ Q. 162 + 9 — 1 N. fà 243 — 18 N + 1 Q. + ℞ Q. 52488 — ℞ Q. 648 Q.*

Et al suddetto aggiunge anco V. S. la marauiglia, che, volendo far poi il Clauio l'vguagliazione, reputi le ℞ Q. 648 Q. per tante N; dicendo ella à car. 21. riga 12

» *Se questo Q. deue operarsi per N; perche farlo Q? si poteua pur moltiplicare così (dandone essa l'esempio) e non saria nata questa confusione.*

Vuole ella, che di tal moltiplicazione ne venga 243 + ℞ Q. 52488 — ℞ Q 648 N — 18 N + 1 Q; ilche quãto sia cõtrario dal comun'vso degli Autori d'Algebra tutti, lo farò manifesto; e prima con la medesima dottrina dell'Analisi. Per tanto mi dica V. S. che cosa m'insegna alla facciata 25. riga 6. circa al modo di cauare la radice da i numeri con dignità? ecco le sue parole.

» *Cauisi la ℞ Q. di 16 Q. si piglia la radice quadra del num. e la metà dell'esponente della dignità, che hà, e sarà 4 N, che sia vero moltiplichisi 4. N. via 4 N. fa 16 Q.*

Hora, stante questa dottrina veramente buona, se di nuouo le si domandasse, se nella moltiplicazione del Clauio si fussero ritrouati ℞ Q. 625 Q. in luogo di

℞ Q. 648 Q. quanto saria la sua radice?

Certo, che risponderebbe secondo la regola già detta, essere 25 N; percioche la radice di 625. è 25. & la radice del Q. è N; ilche starebbe benissimo.

Adunque per le medesime cause la ℞ Q. di 648 Q. si deue stimare come tante N; perche tali sono in effetto, ma inesplicabili, per non hauer il numero lato razionale, & però il Clauio dice ottimamente; & al contrario se fussero 648 N, non si potrebbe esplicare secondo la di lei data regola, quanto sia la loro radice.

Et che sia vero, che la ℞ Q. di qualche quantità di numeri di Q. si debba stimare per tante N; lo dicono il Cardano, il Nonio, il Peletario, & altri. Il Cardano al cap. 51. nu. 18. della sua Aritmetica scriue in tal guisa:

Cardano.

„ *Item nihil impedit ℞. quadrata censuum, nec censuum census,*
„ *quia ℞. quadrata censuum sunt N. numero ℞. numeri censuum*
„ *veluti ℞ 6 Q. sunt N. numero ℞. 6. idest accipere tot N. quan-*
„ *tus est numerus ℞. 6. Et similiter ℞. 9. Q. sunt N. numero*
„ *℞. 9. idest N. 3. &c.*

Et nota, che non dice ℞. 6 Q. sunt ℞. 6 N; ma sunt N. numero ℞ 6; idest accipere tot N; quantus est numerus ℞ 6. Adunque non hauendo il 6. radice razionale, meno si può assegnare quante N. vaglia, cioè quanto sia la ℞ Q di 6 Q; quando però non si facesse per approssimazione, come fa il Bacheto sopra la quest. 26. del 6. libro di Diofanto alla facciata 443. doue dice:

Claudio Gaspare Bacheto.

„ *Sume latus proximum de 2 Q. puta* $\frac{99}{70}$ N.

Et alla facciata 444. circa il principio scriue similmente:

„ *Fit igitur terminus respectu ambitus 2 N — ℞. 2 Q. seu per ap-*
„ *proximationem* $\frac{41}{70}$ N.

Hauendo come di sopra, cauato il lato di 2 Q. per approssimazione

prossimazione, e sottrattolo da 2 N; resta $\frac{41}{70}$ N, che, se l'hauesse hauuto secondo lei, cioè che sia ℞ Q. 2 N; questo sottratto da 2 N, non restarebbe quanto, nè come vuole il Bacheto: siche quando il numero accompagnato con li Q. non è nnmero quadrato, non se ne può pigliar'il lato. eccetto che cõ porgli innanzi ℞ Q.

Il Nonio conferma questa cosa alla carta 141. A. riga 7. della sua Aritmetica, dicendo: Pietro Nonio.

" *Y si fueren raizes de censos, contarase han por cosas, quedando la*
" *misma raiz por numero dellas. Que por quanto las cosas son*
" *raizes delos censos, tanto montara, dezir ℞ 5 Q. como N. ℞ 5.*
" *la prueua es muy clara, porque cierto es, que multiplicando*
" *N. ℞ 5. en sì, haremos 5 Q. y lo mismo haremos multiplicando*
" *℞ 5 Q. en sì, &c.*

Dalle quali parole si cauano due cose à mio proposito: l'vna è, che la ℞ Q. di 5 Q. non sia ℞ Q. 5 N, com'ella stima, che debba essere; ma sì bene, che siano tante N; quanto è il numero, che si troua nella radice di 5. (come anco dice il Cardano), che non si sà, del che parlaremo poi all'Esame terzo.

La seconda cosa più importante, & della quale pur'in altra occasione me ne varrò, è, che, quadrãdo ℞ Q. 5 Q; dice far il medesimo, che 5 Q; non 5 QQ; com'ella vorrebbe.

Similmente il Peletario, essendo venuto ad vna certa equazione, nella quale essendoui ℞ Q. 40500 Q; dice, che si habbiano da stimare per tante N. & n'apporta la cagione, quale non pongo, contentandomi, che ella la legga à carte 57 A. del detto Autore nel principio. Peletario.

Da tutte le suddette cose potrà venir'in cognizione quã-

to ſia vero, che la ℞ Q. di vna quantità di Q. ſiano N; come anco lo dice il Lantz à carte 164. & lo Stifelio à carte 283 A. & come tali ſi debbano ſtimare; & al cõtrario la ℞ Q. di N. non ſaperſi, che coſa ſiano, il che molto bene l'eſplica lo Steuino, & altri, che laſcio per l'eſame 3. da farſi alla facciata 25. dell'Analiſi circa al modo di eſtrarre le radici da numeri con dignità.

Mà ritornando al noſtro primo propoſito, vediamo al modo ſuo come tornarebbe il conto, ſe in luogo di ℞ Q. 648 Q. nel Clauio ſi fuſſero trouate ℞ Q. 625. N; & in che modo da lei ſi cauarà la radice della data quantità, & come poſſa eſſere, che la ℞ Q. di vna quãtità di N. ſiano N; inſegnando eſſa tutto il contrario? A carte 25. riga 11. dell'Analiſi ſi legge:

» *Ma ſe il num. haueſſe la radice, e l'eſponente della dignità non*
» *hà metà, ſi mettono dentro dua parenteſi, e ſi faccia vna*
» *radice vniuerſale. la ℞ Q. di 25 QC. è ℞ Q. (25 QC.) ſe-*
» *gno, che ſi deue cauar la ℞ Q. del num. e della dignità.*

Il che tenuto ben'à memoria, diamo vn paſſo addietro all'eſempio di ſopra addotto da lei del Clauio, & ſecondo queſta dottrina dicami ſe in luogo di 648 Q. ſi fuſſero trouate 625 N; quanto ſaria la ſua radice? sò, che riſponderebbe eſſere ℞ Q (625 N), perche N. non hà metà, ancorche il numero ſia quadrato. Adũque mentre nõ hà la dignità N. metà, che ſiano N; in che maniera douea il Clauio li 648 Q. ſtimarli per tãte N. mentre ſecondo la ſteſſa dottrina dell'Analiſi 648 N. non hanno lato, per non hauer N. metà? Et eſſendo neceſſario eſprimere, che di 648 Q. ſe ne douea pigliar il lato, come douea mettere 648 N. il Clauio?

Da

Da quello, che fin hora si è detto si potrebbe scorgere, quanto sia nuoua la opinione, che, quadrandosi qualche numero con dignità per conto di moltiplicarla per qualche numero irrazionale, non si debba quadrar la dignità eccetto il numero. Ma per maggior sodisfazione di chi gusta sentir quelli, che io seguo; già che ho di sopra promesso non dir, nè mettere cosa alcuna di mio, che non sia da altri bonissimi Autori seguitata; verrò à gli esempi di quanti Scrittori d'Algebra mi sono capitati alle mani, da' quali si potrà cauar chi dica il vero, ò essa con vna sola opinione senza dimostrazione, ò i sotto notati, i quali quando per suo detto errassero tutti, sono contento di errar' ancor' io con essi, e non con vno solo.

Sia primo Fra Luca (li cito secondo mi sono peruenuti alle mani) il quale à carte 125 B. circa il fine, per trouare la R Q. del Binomio R 112 + 7, dice, che si faccian due parti di R 112. maggior nome, che il loro prodotto sia quanto il quadrato della metà di 7. nome minore, cioè $12\frac{1}{4}$, & per trouarle ecco come opera, & notisi se quadra, ò nò la dignità. Fra Luca.

" *Poni che vna parte sia 1 N. l'altra sirà R 112. — 1 N. mul-*
" *tiplica vna in l'altra fa R 112 Q — 1 Q. e questo ene equale à*
" $12\frac{1}{4}$ &c.

Di questa regola si serue il Maghin. in cauar la radice da i 6. binomij, da carte 145. fino à 147.

Dal che si vede, che per moltiplicar 1 N. via R 112. prima hà quadrato 1 N; & fatto 1 Q; ch'altrimenti non farebbe il prodotto R 112 Q. — 1 Q.

Meglio l'istesso Fra Luca à carte 186 A. Proposizione 3. lo dice, perche, doppo hauer soluta detta proposizione ad vn modo, dice: *Aliter, & pulchrius*. & operando

vie-

viene al passo di moltiplicar 1 N. via ℞ 78. e così precisamente scriue.

» *Poi multiplica el capital primo che è 1 N. via el guadagno se-*
» *cōdo che è ℞ 78 fara ℞ 78 Q. quando sia recata prima 1 N.*
» *a ℞ fa 1 Q. etc.*

Adunque è chiaro in frà Luca, che douendosi quadrar 1 N. per hauerla à moltiplicar per ℞ 78. debba far 1 Q. lascio per breuità molti altri esempi del medesimo.

Cardano. Piglisi l'Aritmetica del Cardano, e si legga al cap. 36. che vi trouaremo scritto nel seguente tenore.

» *Exemplum multiplicationis ℞ 3. in 4 Q. + 5 N. quadra ℞ 3. fit*
» *3. quadra 4. Q + 5 N. fiunt 16 QQ. + 25 Q. & ℞. D. eorum*
» *ducta in 3. vel vniuersalis facit Radicem dictam: fit igitur sen*
» *sus indistincta sic, 3. in 16 QQ. + 25 Q. facit 48 QQ. + 75 Q.*
» *quorum radices sunt illud, quod producitur ex radice 3. in*
» *4 Q. + 5 N. &c.*

Credo, che essa vegga senza che io lo replichi, il medesimo di fra Luca; cioè, che il Cardano per moltiplicar 4. Q. per ℞ 3. prima li quadra, & fa 16 QQ. & le 5 N. prima le quadra, e fa 25 Q.

Galigai. Cerchiamo nel Galigai, che vi trouaremo alcuna cosa al nostro proposito. Questi al lib. 13. carte 104. A, Proposizione 17. pone questa domanda, con la soluzione insieme.

» *Troua vn numero, che aggiuntogli la ℞ Q. di 9. e quello che fa*
» *multiplicato nel primo numero facci ℞ Q. di 100. domando el*
» *detto numero, poni el detto numero sia 1 N. aggiuntogli la ℞ Q.*
» *di 9. dirai 1 N. + ℞. di 9. che multiplicato per il primo nume-*
» *ro, cioè per 1 N. fa 1 Q. e ℞ di 9 Q. e questo è equale a ℞ Q. di*
» *100. num.*

Donde similmente si scorge, che hauendo moltiplicato 1 N. via ℞ Q 9. l'hà prima quadrata, e fatto 1 Q. e poi mol-

moltiplicato via ℞ Q 9.

Il Tartaglia è pieno di tali esempi, ma io ne portarò per meno tedio alcuni pochi. Facciamo ricorso alla carta 25 A della sesta parte, al quesito 26. che vi trouaremo vna regola del tre, che dice in questa guisa: Tartaglia.

» *Adunque se vn braccio fu venduto per 1 N. de soldi, braccia*
» *℞ 730 che fu longa ditta peccia a quel medesimo precio viene a montare soldi ℞ 730 Q. &c.*

Di modo che moltiplicando 1 N. via ℞ Q. 730. fa, che il prodotto sia ℞ Q. 730 Q. si che prima ha quadrato 1 N. è fatto 1 Q. non 1 N.

L'istesso Autore à carte 35. B circa il principio pone quest'altro esempio:

» *Adunque moltiplicando tutto esso diametro in detta sua parte*
» *tagliata, cioè 1 N. in $\frac{5}{8}$ N — ℞ $\frac{5}{64}$ Q. il prodotto, qual'è*
» *$\frac{5}{8}$ Q. — ℞ $\frac{5}{64}$ QQ.*

Et alla carta 41 A. pur nel principio scriue il medesimo à questo proposito:

» *Mà il prodotto* (dic'egli) *de 16 in ℞ 192 — $\frac{1}{2}$ N e ℞ 49152*
» *— 8 N. & quello di 1 N. in ℞ 192. e ℞ 192 Q.*

Da' quali luoghi tutti si caua, che, hauendo quadrato N; per hauerle à moltiplicar per quantità irrazionali, hà quadrato & il numero, e la dignità insieme; ma sentalo per grazia in specie, come lo dice il Tartaglia alla carta 32 B. della stessa sesta parte alla riga 23. con queste parole:

» *Ma à moltiplicare ℞ $\frac{3}{4}$ Q. in $\frac{1}{2}$ N. egli è necessario quadrar $\frac{1}{2}$ N.*
» *che fa $\frac{1}{4}$ Q. & questo quadrato, cioè $\frac{1}{4}$ Q. moltiplicato per quel*
» *lo della perpendicolare, idest per $\frac{3}{4}$ Q. che fa $\frac{3}{16}$ QQ. &c.*

Sentiamo il Peletario alla carta 54 B. riga 8. (lasciando il resto, per non esser tedioso), quale scriue in questa Peletario.

guisa; e si noti bene per grazia.

„ *Iunge ambas Rad. fiet* 1 N + ℞ Q. (205 — 1 Q.) *Nota scilicet*
„ *linea AB. Hoc totum duc in se, fiunt* 205 + ℞ Q. (820 Q.
„ — 4 QQ.), *vt est in subiecta formula: in qua pro* 1 N. *po-*
„ *nitur* ℞ Q. 1 Q. *Hanc enim reductionem, multiplicationis lex*
„ *requirit sicut ante docuimus.*

Non sò come intendere questa particola: *vt est in subiecta formula: in qua pro* 1 N. *ponitur* ℞ Q. 1 Q. *Hanc enim reductionem multiplicationis lex requirit, sicut ante docuimus.* Perche mi pare, che assai chiaro dica, che per voler moltiplicare, ò quadrare la suddetta quantità (nella quale è l'irrazionale), sia necessario nell'esempio della moltiplicazione mettere ℞ Q. 1 Q. in luogo di 1 N. e poi moltiplicare, si come di più dice esser legge, & hauerlo insegnato altroue.

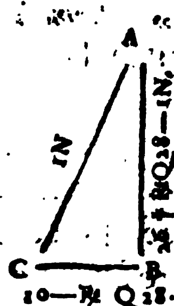
Ma che ciò sia vero modo d'operare del Peletario, in cõfermatione di questo, addurremo questi altri luoghi. A carte 55 A, riga 7. scriue così:

„ *Aliter, Sumpta pro alterutro numerorum,* 1 N: *pro altero vero*
„ ℞ Q. (205 — 1 Q.) *ducemus* ℞ Q (205 — 1 Q.) *in* 1 N.
„ *fiet* ℞ Q. (205 Q. — 1 QQ.) *aqualis* 6084, *vt prius, &c.*

Adunque hà prima quadrato 1 N, e fatto 1 Q: e poi l'hà moltiplicato per ℞ Q. (205 — 1 Q.); & alla carta 56 B. moltiplicando 150 — ℞ Q 4500. per 1 N, fa 150 N. — ℞ Q 4500 Q; & al fine della facciata 57 A. dice, & opera quasi il medesimo, quadrando prima la dignità col numero, e poi moltiplicandola per la quantità irrazionale, &c.

Lantz. Il Lanez al libro quarto dell'istituzioni, a carte 165. al Problema 7. non scriue diuersamente de gl'altri, perche opera in tal modo:

Esso



„ *Esto* (dic'egli) *triangulum ABC, cuius basis*
„ *BC sit 10 — ℞ Q 28. summa reliquorum*
„ *26 + ℞ Q 28 Pono AC. quod angulo recto*
„ *opponitur esse 1 N: erit igitur AB 26 + ℞ Q 28*
„ *— 1 N. & quia quadratum lateris AC. est æ-*
„ *quale laterum AB, BC. quadratis: Et est qua-*
„ *dratum ipsius AC 1 Q. quadratum ipsius*
„ *AB. 704 + ℞ Q 75712 — ℞ Q 112 Q*
„ *— 52 N + 1 Q &c.*

Donde si scorge, che, hauendo moltiplicato ℞ Q 28. per 1 N; hà prima quadrato 1 N; & fatto 1 Q; non 1 N; e chi quadrarà 26 + ℞ Q 28 − 1 N trouerà quel, ch'io dico. Apportiamo anco l'esempio del Nonio oltre alli suddetti, che sarà molto à proposito. Scriue dunque egli alla carta 234 B. verso il fine queste parole: Nonio.

„ *Y porque la multiplicacion de vn lado por otro haze la area del*
„ *rectangulo, multiplicaremos luego ℞ Q (25 — 1 Q) por 1 N,*
„ *reduziendo primeramente la cosa a raiz, queremos dezir, que*
„ *multipliquemos ℞ Q (25 — 1 Q) por ℞ Q 1 Q. y haremos*
„ *℞ Q (25 Q — 1 Q Q) &c.*

Io non sò come questa verità sia altrimēti intesa: parmi, che parlino assai chiaro: e se non le sodisfanno queste auttorità, andiamo più oltre, e sentiamo due altri Autori Classici. Il Dibuadio nel Prolegomeno al decimo di Euclide alla carta 3. B. circa il principio scriue così. Dibuadio.

„ *Sit itaque Binomium sextum ℞ 112 + 7. cuius inquirendum*
„ *sit latus. Cum minus nomen 7. æquale sit summæ rectangulo-*
„ *rum, eius itaque dimidium $3\frac{1}{2}$ vni rectangulo æquale erit. Di-*
„ *uidatur ergo ℞ 112. ita vt inter segmenta $3\frac{1}{2}$ in media propor*
„ *tione subsistat. Variè inueniuntur hæc segmenta: Algebra vt*
„ *facillima primum subministrabit: ponendo pro vno 1 N. Ergo*
„ *ex dictis vt 1 N. ad $3\frac{1}{2}$ ita $3\frac{1}{2}$ ad ℞ 112 − 1 N. quare ℞ 112*
„ *Q − 1 N Q æquabitur $12\frac{1}{4}$ quod rectangulum extremorum in-*

Quest'istessa regola vsa il Mag. da carte 1.5 fin' a car. 149. in cauare la radice dalli 6. binomij.

 ter-

„ *termedij quadrato æquale sit &c.*

Vegga da questo essi, se nel moltiplicare 1 N. per ℞ 1 1 2. hà prima quadrato 1 N. e fatto 1 Q; ò pure l'hà lasciata per 1 N?

Stifelio. Ci resta per conclusione di questo primo esame à vedere, che cosa scriue di ciò lo Stifelio, che credo sia molto à proposito per disingannare chi si sia, c'hauesse altra opinione contraria. Questi pone nel fine della carta 251 A, al libro 3. della sua Aritmetica questa domanda:

„ *Sic similiter, si iubeat proferre numerum, à quo subtracta 5. re-*
„ *linquant relictum, cuius radix quadrata multiplicata per nume-*
„ *rum illum absconditum, faciat ℞ Q 192. Pone 1 N. subtractis*
„ *autem 5, remanet 1 N. — 5. cuius radix quadrata est ℞ Q (1 N*
„ *— 5.) quæ multiplicata per 1 N facit ℞ Q (1 C — 5 Q.) &c.*

Adunque nel moltiplicar 1 N. per ℞ Q. (1 N — 5) ha ridotta prima 1 N. ad 1 Q, e nō in 1 N. come V. S. desidera?

Passiamo à carte 282 B, del medesimo Autore nel principio, cioè alla quarta riga, che vi trouaremo scritto:

„ *Multiplico igitur AB in BC, vt prouentat area scilicet 1 N. seu*
„ *℞ Q 1 Q in ℞ Q (20 — 1 Q.) facit ℞ Q (20 Q. — 1 Q Q.) &c.*

E notisi quella clausula (1 N. seu ℞ Q 1 Q.) perche stima tanto 1 N. quāto ℞ Q 1 Q. e se nel quadrar 1 N. haueste à far pur 1 N, non occorrerebbe il quadrarla.

Oltre alle suddette autorità vediamo ancora meglio, che scriue alla facciata 283. Ecco le sue parole alla riga terza antepenultima.

„ *Obseruabis autem hic, quod in ista particula ℞ Q 648 Q. hoc si-*
„ *gnum Q quod positum vides à parte dextra, reputatur pro si-*
„ *gno isto N, propter signum hoc ℞ Q quod stat à parte sinistra.*
„ *Nam si (exempli gratia) 6. sint multiplicanda per 1 N, tunc*
„ *fiunt 6 N. si autem ℞ Q 6. sit multiplicandum per 1 N. tunc*

fit

" *fit ℞ Q 6 Q & non fit ℞ Q 6 N. ut Christophorus voluit.*
" *Quando enim ℞ Q 6. multiplicatur per 1 N, tunc recipitur*
" *℞ Q 1 Q pro 1 N. Ista moneo propter numeros, quos lector meus*
" *in Christophoro fortassis videbit, &c.*

E forse questo Christoforo sarà stato dal Bombelli seguitato, mentre tiene opinione tale, che il sopradetto Stifelio condanna.

Adunque diremo con tutti gli altri, che, hauendosi à moltiplicare qualsiuoglia numero con dignità via qualsiuoglia numero radicale, ò irrazionale, sia legato, ò sciolto, sempre si debba prima ridurre il numero, & la dignità à quella specie di radice, secondo è la specie di quella, con la quale si deue moltiplicare, & questa è la regola generale, vniuersale, & seguitata da tutti, la quale acciòche sia meglio intesa, ne darò alcuni essempi, per metterla in pratica.

Regola di moltiplicare.

HAbbiasi da moltiplicar ℞ 5. per ℞ 8 Q; perche ambedue queste quantità sono irrazionali, e della medesima specie d'irrazionalità, cioè ℞ Q. & ℞ Q. però si moltiplichi 5 per 8 Q. fà 40 Q; ma perche d'ambedue si douea pigliar il lato, ancora dal prodotto 40 Q. si deue pigliare, che è ℞ 40 Q. Può alle volte occorrere, che di tal prodotto vêga numero razionale, come sarebbe in moltiplicare ℞ 5. per ℞ 20 Q. fà ℞ 100 Q. che la sua radice è 10 N; così anco moltiplicandosi ℞ 2 N. per ℞ 32 N. fa ℞ 64 Q. che il suo lato è 8 N. — Regola di moltiplicare vna quãtità razionale cossica per vn'altra quantità irrazionale di qua siuoglia specie. Esempio 1.

Moltiplichisi 2 N, per ℞ 3, perche vna di queste quantità è razionale, cioè le 2 N; e l'altra è irrazionale, bisogna ridurre le 2 N, nella specie dell'irrazionalità di ℞ 3. — Esempio 2.

che

che si fa quadrandole, e saranno ℞ 4 Q. quali moltiplicati per ℞ 3 fa ℞ 12 Q. il loro prodotto.

Esempio 3. Moltiplica 3 Q. per ℞ 5 N. quì similmente, perche 3 Q. sono razionali, si debbono quadrare (per ridurli nella specie dell'irrazionale) fanno ℞ 9 QQ. Dopò moltiplica ℞ 9. per ℞ 5. fà ℞ 45. e sommato 4. esponente di QQ. con 1. esponente di N, fa 5. esponente di QC. da porsi appresso à ℞ 45; siche il prodotto di 3 Q. & ℞ 5 N. fà ℞ 45. QC.

Esempio 4. Habbiasi da moltiplicare 2 Q. per ℞ C 4; perche vna quantità è razionale, e l'altra è irrazionale, e sono ℞ C. bisogna che il razionale, che è 2 Q. si cubi anch'esso, fà ℞ C. 8 CC. questi moltiplicati per ℞ C 4. fà ℞ C. 32 CC. per il prodotto di deste due quantità.

Esempio 5. Siano date da moltiplicarsi 3 N. per ℞ C. 2 N. quì bisogna similmente le 3 N. ridurle nella specie delle ℞ C. cubandole, fanno ℞ C. 27 C. e moltiplicandole per ℞ C. 2 N; ne verrà per il loro prodotto ℞ C. 54 QQ.

Esempio 6. Debbasi moltiplicare 2 N. per ℞ QQ. 2 Q. perche vna quantità è razionale, e nell'altra sono ℞ QQ. è necessario quadroquadrare le 2 N. saranno ℞ QQ. 16 QQ. quali moltiplicati per ℞ QQ. 2 Q. fà il prodotto ℞ QQ. 32 CC.

Potendo alle volte occorrere di hauersi à moltiplicare due quantità frà loro di specie diuersa d'irrazionalità, non credo sarà discaro à chi legge il sentirne vn solo esempio tale.

Esempio 7. Siano date da moltiplicarsi frà loro ℞ 2 Q, & ℞ C. 4 N. (quali sono d'irrazionalità diuersa, per esser vna radice quadra, e l'altra radice cuba) per fare questa, e si-

mile

mile moltiplicazione, bisogna, che le ℞ 2 Q. si cubino, saranno ℞ QC. 8 CC. & le ℞ C. 4 N. che si quadrino, sanno ℞ QC. 16 Q. che così sono ridotte ambedue à QC. hora moltiplichisi ℞ QC. 8 CC. per ℞ QC. 16 Q. fà il prodotto ℞ QC. 128 QCC. delle due date quantità ℞ 2 Q. & ℞ C 4 N. il simile si fà in altre quantità, &c.

Auuertimento à chi legge.

Deuesi auuertire, che il resto de gli altri Autori, quali non si sono citati à questo proposito, non è perche dichino il contrario (che quando ciò fusse, mi sarei vergognato mettermi à questa impresa) ma perche non parlano di tal particolare, nè prò, nè contra, per quanto mi sono potuto accorgere, e per questo si sono lasciati; il che deuesi intendere ancora ne gli altri esami; e ciò hò voluto auuertire per chi dicesse, che io hò trouato ne gli Autori quello, che faceua per mè, lasciando il contrario, non essendo così; perciòche non mai trouarà alcuno altrimenti da quanto de i sopranotati Autori si è addotto in oppositione dell'Analisi, e quando alcuno de' sopradetti Scrittori dice qualche cosa à suo fauore, la tocco in modo, che ogni persona può scorgere, essermi di tal cosa anch'io molto bene auueduto.

Auuertimento dell'Autore à chi legge.

ESAME SECONDO.

Del modo di partire una quantità Algebrica per vn'altra simile quantità.

ESAMINAREMO in questo luogo Sig. Mag. quello, che si troua notato alla facciata 23; riga 14. della sua Analisi, oue trattãdo del modo di partire, scriue in questo modo:

„ *Per R.Q.5N. partisi R.Q.80C, viene 4Q: perche à partir R.Q.80*
„ *per R.Q.5. viene R.Q.16. il cui lato è 4. e cauandosi 1. esponente*
„ *di N. da 3. esponente di C. viene 2. esponente di Q.*

Pensai da principio, che in ciò hauesse fallito la stampa, ma poi mi accorsi non esser così, perche si replica da lei, e dice chiaro, che à leuar 1. esponente di N. da tre esponente di C. viene 2. esponente di Q; e questo è quello, che lascia per vltima dignità appresso del 4. di modo, che assolutamente vuole, che ne resulti da tal partire 4Q; la qual cosa à me non riesce la medesima operando al modo de gli altri Autori, percioche trouo non poterne venire, nè risultare altro, che 4N; & la proua la farò seruendomi di quell'istessa, di che ancor ella si preuale à carte 73. (circa il fine) per altro proposito.

Pongasi pertanto, che 1N. vaglia (verbigrazia) 5; adunque 5N. valeranno 25; la radice del quale è 5; & questo sarebbe il valore del partitore, il quale si salua. Poi veggasi quanto vogliano li 80C; che per trouarlo cubbisi 5. valor di 1N; fà 125. per 1C; qual multiplicato per 80C. fanno 10000; da questo preso la R.Q. è appunto 100; è tanto è il valore di R.Q. 80C., si che

partito 100. per il partitore, che fù serbato, cioè per 5. ne viene 20. per il quozientе. Adũque ancora 4Q. secondo lei douerebbono valer 20. perche tanto dic' essa, che viene da tal partizione. Se ne facci la proua. Di già 1Q. vale 25; si che li 4Q. valeranno 100; ma di sopra ne veniuano 20. come dunque camina il negozio?

Dissi, che non poteua venirne altro, che 4N. secondo gli Autori tutti: ne faccia l'esperienza, che trouarà la verità, stante che valendo 1N. (per il sopposto) 5; le 4N. valeranno 20. appunto.

Et à chi non gustasse il porre 5. per valuta di 1N; ponga che vaglia 2. ò quello, che si vuole, perche tornando à me il medesimo, credo, che ancora à gli altri verrà l'istesso: le 5N. dunque à 2. l'vna, valeranno 10. e però ℞Q. di 10. sarebbe il partitore, qual si salua, come prima; Poi cubbisi 2. fa 8; questo si moltiplichi per 80. fa 640. dal quale preso la ℞Q. sarà ℞Q. 640. e tanto sarebbe la valuta di 80C: partisi dunque ℞Q. 640. per ℞Q. 10. ne risulta ℞Q. 64. cioè 8; siche li 4Q, che ella disse venire di tal partimento, pur douerebbono valer 8, ma nõ è vero, perche a 4. l'vno vagliono 16, ch'è il doppio più: ma sì bene le 4N. (che io dissi venirne secondo il commun vso) valeranno appunto 8.

In questa medesima carta 23. dell'Analisi dice vn' altra cosa simile, poiche alla riga 18. scriue precisamente del modo, che segue:

„ *Per ℞Q. 3Q. partasi 6QC. viene ℞Q. 12C*

Il che se sia, ò non sia vero, qualunque c'habbia vn poco di lume in simil materia, presto lo conoscerà. Voleuo

D tro-

trouar modo di scusarlo per errore di stampa, ma nô hò potuto, poiche hà ella si bene quadrato li 6 QC. p ridurli alla specie del partitore, ma nô ha quadrato le dignità; io non ne sò trouar la causa, perche à quadrar 6 QC. debbano fare 36 QC? trouãdo scritto tutto il cõtrario nella medesima Analisi carta 19. riga antepenultima, doue dice nella seguente maniera:

» *Il moltiplicare con dignità si moltiplicano i numeri, e si somma-*
» *no gli esponenti delle dignità, e si segna il carattere, che hà per*
» *esponente la somma de gli esponenti, &c.*

Dottrina veramẽte buona, stante la quale douẽdo moltiplicare 6 QC. per 6 QC. moltiplicando il numero fa 36, & sommando 5. esponente di QC. con 5. esponẽte pur di QC. fa 10; & la dignità corrispondẽte à 10. che è QQCC. si deue porre appresso a 36. secondo la regola dell'Analisi, onde 36 QQCC. deue fare il quadrato di 6 QC. non 36 QC. e per conseguenza, partendosi ℞Q. 36 QQCC. per ℞Q. 3 Q. l'auuenimento di tal partizione douerebbe essere ℞Q 12. QCC. non ℞Q. 12 C. come ella dice, & se ricorriamo alla proua addotta di sopra, trouaremo, che in questo modo torna, e nõ nel modo suo, se però io non prendo errore, che per questo ne faremo insieme la proua.

Suppongasi, che 1 N. vagli 2, adunque 1 Q. valerà 4; e 3 Q. valeranno 12; onde tãto è dire ℞Q. 3 Q. quãto ℞Q. 12; qual si salui per partitore. All'istessa ragione vediamo quanto vagliono 6 QC, ch'è il numero da partirsi, che si trouarà eglino valere 192. (perche 1 QC. valẽdo 32, li 6 QC. valeranno, come dicemmo 192.) qual numero si deue diuidere per ℞Q. 12; ma perche que-

sto è irrazionale, bisogna ancora ridurre 192. all'istessa specie, quadrandolo prima, che sarà ℞ Q. 36864. e questo partito per ℞ Q. 12. ne viene ℞ Q. 3072. e tanto sarebbe il quotiẽte, quãdo 1 N. valesse 2. che per questo tãto ancora douerebbono valere ℞ Q. 12 C, che da lei dicesi venirne; quali a 8. l'vno (valendo 8 il C) vagliono solamente 96, & ℞ Q 96. sarà il quoziente secondo lei, qual'è tanto lontano dall'altro auuenimento, quant'ella vede.

Veggasi al modo ordinario de gli altri Autori se ne viene, com'io dico, ℞ Q. 12 QCC? Vno QCC. vale 256; si che 12 QCC. valeranno 3072. dal quale preso la ℞ Q. sarà ℞ Q. 3072; conforme veniua di sopra.

Regola di partire vna quantità cossica per vn'altra.

LA regola vsata da tutti gli Autori d'Algebra di partire simili dignità, ò quantità cossiche l'vna per l'altra, qual ancor io seguo, è questa. Hauendosi, per esẽpio à partire ℞ Q. 80 C. per ℞ Q. 5 N; prima leuo le dignità dall'vna, e dall'altra quantità, cioè da ℞ Q. 80 C, leuo C; & da ℞ Q. 5 N; leuo N; poi parto il num. 80. per il num. 5; (già che sono ambedue simili, cioè irrazionali) ne risulta ℞ Q. 16; e questo sarebbe l'auuenimẽto, se nõ vi fussero le dignità; ma perche vi sono, e l'esponente del partitore è 1. e quello del numero da diuidersi è 3. leuo 1. da 3. resta 2. esponente della dignità, che deue porsi al numero, ch'è venuto: adunque essendone venuto ℞ Q. 16; ponẽdoui appresso Q; starà ℞ Q. 16 Q. per il quoziente, il quale per accidente si troua hora hauere radice, che è 4 N. e per conseguenza 4 N.

Regola di saper partire vna, per vn'altra quantità cossica.

Esẽpio primo

 è il

è il vero auuenimento di tal partizione, non 4. Q, e lo sbaglio del Sig. Mag. è, che prima delle ℞Q. 16. ne piglia il lato, e poi appresso al 4. pone il Q; douendosi porre appresso alle ℞ 16.

Essempio 2. Habbiasi da diuidere 6 QC. per ℞Q. 3 Q. si quadrino ambedue per ridurle all'istessa qualità dell'irrazionale, fa il numero da diuidersi 36 QQCC. & il diuisore 3 Q. si parta hora 36. per 3. ne viene 12; leua l'esponente dalla dignità del diuisore, che è Q; cioè 2. da 10. esponête delli QQCC. del numero da diuidersi, resta 8. esponête di QCC. quali posti appresso al 12. starà così: 12 QCC; ma perche i numeri prima furono quadrati; bisogna, che del risultato se ne pigli la radice, che è ℞. 12 QCC; e tanto è quello, che viene da tal partizione, non ℞ 12 C.

Essempio 3. Diuidasi ℞C. 10 Q. per ℞Q. 2 N; perche vno è ℞C. e l'altro è ℞Q; bisogna, che si riduchino all'istessa qualità, quadrãdo ℞C. 10 Q; fa ℞QC. 100 QQ. e cubando ℞Q. 2 N; fa ℞QC. 8 C. poi diuidasi ℞. QC 100 QQ. per ℞QC. 8 C diuidendo il numero 100. per 8. ne viene 12 $\frac{1}{2}$; e leuãdo 3. esponente di C. da 4. esponente di QQ. resta 1. esponente di N; siche posta N. appresso à 12 $\frac{1}{2}$, e da esso preso la ℞QC; come erano prima, ne verrà ℞ QC. 12 $\frac{1}{2}$ N. per tale partimento, & il simile si farà ne gli altri numeri.



ESA-

ESAME TERZO.

Del modo di estrarre le Radici da i semplici numeri Cossici, e del quadrare le medesime Radici.

TRattaremo, e discorreremo in questo luogo, circa il modo da lei tenuto in cauar le radici, da i numeri Cossici; ma prima sarà bene apportare gli esempi, che essa ne dà alla carta 25; e sia il primo quello, che pone alla riga 20. della detta carta, qual dice:

„ *La ℞ Q. di 20 Q. è ℞ Q. 20 N, che il suo quadrato è 20 Q.*

Dalla qual regola noto due cose à me nuoue; vna in sentire, che la ℞ Q. di 20 Q. sia ℞ Q 20 N, e l'altra, che à quadrare ℞ Q. 20 N. faccia 20 Q. Et le confesso nõ hauer mai in tutto il tempo, che studio tal professione trouato simile nouità in Autore alcuno, che mi ricordi, dal Bombelli in poi, il quale, come di sopra al primo esame dimostrai, esso medesimo non si serue di molti suoi precetti; & se in vn luogo dice vna cosa, & insegna vna regola, in vn'altro poi non l'osserua; ilche per mia maggior confermazione le voglio far toccar con mano col seguente esempio. Scriue il Bombelli nell'vltima riga della carta 206.

„ *Moltiplichisi ℞ Q. (2 + ℞ Q 2) via 6 Q. Moltiplichisi la ℞ Q. le-* Bõbelli scriue vn modo di moltiplicare, che poi non l'osserua, facẽdo altrimẽte.
„ *gata via il numero delle potenze, fa ℞ Q (72 + ℞ Q. 2952.)*
„ *alla quale se gli aggiunga il segno delle potenze, e farà ℞ Q.*
„ *(72 + ℞ Q. 2952.) Q.*

Qual cosa nota bene, e poi andiamo alla carta 218 (ch'è poco appresso) & alla riga 7. auanti l'vltima, legga quello, che dice.

„ *Moltiplichisi ℞ Q. (4 N — 6) via 3 N. leuisi la ℞ Q. legata col* Bõbelli insegna à moltiplicar diuerso a quelche ha insegnato prima
„ *quadrare tutte due le parti, e si hauerà 4 N — 6, e 9 Q. Hora*

mol-

„ *moltiplichisi 4N—6. via 9 Q. sarà 36 C—54 Q. e di questo*
„ *se ne piglia la R.Q. legata (come era prima) e dirà R.Q.(36C.*
„ *—54Q.), e questo è il prodotto.*

Hora domando à lei, se nel primo esempio addotto vuole, che si moltiplichi il numero delle potenze per la radice legata, e poi, che di fuori si metta la potenza; perche nel secondo esempio vuole, che si quadrino e la potenza, e la radice legata, e che poi si moltiplichino? quale dunque è la vera regola? lo dica ella. Ma torniamo al nostro primo proposito.

Io non nego, come nel principio dissi, che volēdosi vsare regole fuor dell'ordinario di non potersi fare, quando tali regole sono notificate per diffinizioni, perche esponendo lo Scrittore con i suoi particolari principij quanto pretende, non arriuaranno poi all'orecchie del lettore per cose disusate, come hora arriuano queste al mio parere però.

Seguitiamo più oltre nell'Analisi alla Carta 25., doue nell'vltima riga trouaremo scritto quest'altra nouità, che è la seconda.

„ *La R.C. di 20CC. è R.C20Q. perche il terzo di 6. esponente di*
„ *CC. è 2, che è esponente di Q.*

Dico nouità, perche chi direbbe mai, che à cubare R.C. 20Q. facci 20CC? (tanto deue far il suo cubo secondo ella opera), ma non finisce quiui con simili esempij scriuendo à carte 26. riga 2.

„ *La R.C. di 20C è R.C 20N.*

Adunque il cubo di R.C. 20N. deue ritornare secondo lei 20C, & alla riga 3. dell'istessa carta dice:

„ *La R.C. di 12CC è R.C. 12.C.*

Et alla riga decima pure scriue:

La

„ *La ℞ℚℚ. di 20ℚℚ. è ℞ℚℚ. 20N.*

Finalmente alla riga 26. al solito dà ella per regola, che;

„ *La ℞CC. di 10CC. è ℞CC. 10N.*

Quali modi di estrarre radici (come hò detto), stimo singolari, & inusitati da tutti li scrittori di tale materia, come farò manifesto; & accioche tanto essa, quanto chi legge vegga, che non parlo senza fondamento, cominciarò à valermi delle Autorità, però stia chi hauesse tal'opinione attenta; & se hauerà à dir nulla, dicalo contro gli Autori, sopra l'autorità de quali io mi fondo: poiche essi operano diuersamente dal modo dell'Analisi; & io stimo, che si debba seguir quella di loro tutti insieme più, che d'vn solo.

Incominciamo dallo Stifelio, il quale parla assai diffusamente de i numeri irrazionali Cossici, per tanto cõsideriamo ciò, che scriue à carte 246 B; riga 4. Stifelio.

„ *Hæc ideo dico, vt intelligas me numeros cossicos irrationales vo-*
„ *care eos, qui sub Algorithmo cadunt, quem hoc capite tractabo,*
„ *idest, qui a parte sinistra habent signum radicale, significans*
„ *radicem extrahendam, quam numerus ipse non habet: scilicet*
„ *℞ℚ. 12N atque ℞ℚ. 36N vocabimus irrationales, & ℞ℚ.*
„ *36ℚ. vocabimus rationalem, &c.*

Si che dice ℞Q. 36N. esser irrazionale, perche non si può da essa quantità pigliar il lato, & questo, perche le N. non l'hanno. Adunque ℞Q. 36N. meno intende, che siano il lato di 36Q; come ella vuole, perche haurebbe pigliato il lato ancora dal numero 36; e così il lato di 36Q. hauerebbe detto essere 6N; mà intende, che il carattere ℞Q. posto auanti à 36N. significhi, che tanto dal numero 36, quanto dalla dignità N. si debba pigliar il lato; il che si conosce da quella partico-

cola (*& ℞Q. 36Q vocabimus rationalem, &c.*), chiamando razionale ℞Q. 36Q; perche il numero, e dignità hanno lato, essendo quello del numero 6; e quello della dignità N.

Et per maggior confermazione, che il carattere radicale posto auanti à qualsiuoglia numero Cossico si debba referire & al numero, & alla dignità, pigliamo il da lei dato esempio delle ℞Q20N. (che è il primo di sopra addotto), quale dice, che siano la radice quadra di 20Q; e sentiremo che cosa ne dice lo Stifelio, & come le pronuncia, ò l'intende, il quale poco doppo il luogo citato di sopra scriue:

Stifelio dice, che la ℞Q. di 20Q sia ℞Q. 20Q nō ℞Q. 20N

„ *Nec enunciatio numerorum huiusmodi difficilis est. Scilicet*
„ *℞Q20N. sic enunciatur, Radix quadrata de viginti radicibus.*
„ *Item ℞Q20Q + ℞Q20N. sic enunciatur, Radix quadrata de*
„ *viginti Q, plus radice quadrata de viginti radicibus.*

Donde si vede assai chiaro, che ℞Q20N. sono la radice di 20N; non di 20Q; come vuole l'Analisi.

Et più alla carta 247A; riga 10. il medesimo Stifelio sōmando ℞Q.8Q. con ℞Q. 18Q. dice:

„ *Vt quia ex ℞Q8. ad ℞Q18. fit ℞Q50. Ideo etiam ex ℞Q8N*
„ *ad ℞Q18N. fit ℞Q 50N. Et ex ℞Q8Q. ad ℞Q18Q fit*
„ *℞Q50Q.*

Che pure si può cauar benissimo, che le radici di 8Q; & di 18Q. sijno ℞Q.8Q; & ℞Q. 18Q; non ℞Q. 8N; & ℞Q.18N; & perche si conosca, che così l'intende lo Stifelio, apportaremo la sua proua posta poco più abbasso, doue si vede, che stimādo 2. la N; & 4. il Q. li 8Q; li stima 32; & li 18Q. li stima 72; che se fussero, ò gl'hauesse intesi lo Stifelio per tanti QQ; l'hauerebbe stimati più, che non li stima, le sue parole precise sono

que-

queste à carte 247 A; riga 22.

„ *Altero exemplo (quod datum fuit) fit ex* ℞Q. 8Q. *addita ad* ℞Q.
„ 18Q. *hoc aggregatum* ℞Q. 50Q. *Faciat igitur* 1N. 2 *tunc* 1Q.
„ *faciet* 4. *atque ita* 8Q. *facient* 32, *cuius radix quadrata facit*
„ ℞Q32. *Sic* ℞Q. 18Q. *sunt* ℞Q72. *Adde nunc* ℞Q32. *ad* ℞Q72
„ *tunc inuenies* ℞Q200. *Et tantum etiam facere debet* ℞Q. 50Q.
„ *scilicet* 50Q. *faciunt* 200. *cuius* ℞Q. *facit* ℞Q200.

Questo dice lo Stifelio circa il cauar il lato dal numero con la dignità: ci resta hora a vedere come opera nel quadrare vn numero Cossico irrazionale, & se altera, ò pur lascia la dignità come si troua, togliendoli solamente d'auanti il carattere dell'irrazionalità? Questi alla carta 232 A; riga 19. scriue in tal guisa:

„ *Satis enim constat, vt quadrata inter se necessario sint aequa-*
„ *lia, quorum latera sunt aequalia. Itaque* ℞Q. 24N. *sit ae-*
„ *qualis* 12, *necesse est vt* 24N. *sint aequales* 144.

Stifelio dice che il quadrato di ℞Q24N sia 24.N. non 24.Q.

Dal che si vede, che hauendo quadrato ℞Q. 24N. non ha fatto altrimenti 24Q; ma solo gli hà tolto dinanzi ℞Q. lasciando il numero con la dignità, che gli era prima, cioè 24N.

Sentiamo Frà Luca, che dice in nostro fauore nella sua Aritmetica car. 94 A; riga 9. doue scriue:

„ *E poi multiplica per lo aduerso: el capitale* 2. *via el guadagno*
„ *primo: cioè* 1N + 6, *via* 6 *fa* 6N + 36. *e questo per la ragione*
„ *ditta sia equale à* ℞78Q. *leua le* ℞. *multiplicando ciascuno e-*
„ *stremo in sè harai* 78Q. *equale à* 36Q + 432N + 1296.

Frà Luca quadrando ℞ 78 Q fa 78 Q. non 78.QQ.

Che pur trouaremo, che quadrando ℞Q. 78Q. non ha fatto altrimenti 78QQ; secondo vuole ella, ma solo gli hà tolto dinanzi il segno radicale senza alterare la dignità; dalche si può benissimo cauare, che volendo frà Luca pigliar il lato per esempio da 2cQ. non farebbe altro, che porgli auanti ℞Q, & starebbe così:

E ℞Q.

℞Q. 20Q; perche quadrando poi ℞Q. 20Q. fa 20Q; com'era prima, & di sopra opera.

Il medesimo Autore à carte 170A; questione 23. venendo all'equazione di detta questione scriue:

„ *Poni che à seneſi valesse 1N. donca giongi ℞. 1N. sopra 1N.*
„ *farà 1N. + ℞. 1N. e questo sirà equale à 32. leua ℞. e aguaglia*
„ *harai 1024 + 1Q. equale à 65N.*

Et se alcuno desidera sapere il modo, come ha fatto frà Luca in leuare le ℞; eccolo. ha leuato prima 1N. da tutte le parti, onde restaua ℞ 1N. eguale a 32 — 1N; e poi ha quadrato queste parti, e ne è venuto 1N; e 1024 — 64N + 1Q; che pur sono frà loro eguali, si che aggiunto per vltimo ad ambe le parti 64N. vengono 1024 + 1Q. eguale à 65N; com'esso dice. Dalla quale operazione osseruo, che hauẽdo quadrato ℞ 1N. ha fatto 1N; non 1Q. Vn'altro esempio simile pone à carte 186; questione 3. circa il fine, che lascio p breuità.

Ricorriamo al Cardano, e cerchiamo al fine del numero 8. del cap. 51. della sua Aritmetica, che vi trouaremo notato in questa guisa:

Cardano quadra ℞ 12N. e fa 12N. non 12Q.

„ *Item si dicat 3Q. æquantur ℞ 12N. igitur quadra fient 9QQ*
„ *æqualia 12N.*

Siche hauendo quadrato ℞Q. 12N. non ha fatto altro, che leuargli il carattere ℞, che gli era innanzi senza alterare la dignità. Et al fine del numero 10. dell'istesso Capitolo scriue anco chiaro così:

„ *Vel breuius dic 1N. valet ℞C. 7. & ℞. 7N. valet ℞C. 49.*
„ *duc ℞. 7N. in se fit 7N. &c.*

Che pur si vede nel quadrar ℞Q. 7N. non far altro, che leuargli dinanzi il carattere radicale, e lasciar la dignità: d'onde benissimo si scorge, che il Cardano vo-

len-

lendo pigliar il lato da numero nō quadrato Cossico, altro non fà, che porgli auanti il carattere radicale. Cerchiamo nell'Algebra del Peletario (che ella adduce in suo fauore), & vediamo, se scriue tutto il contrario di quanto V. Sig. opera. Dice al capitolo 25. carte 52 A, precisamente così:

» *Quemadmodum Numeri Absoluti in Irrationales transeunt, dū*
» *notis Irrationalibus præsignantur: vt ex 6 fit* ℞ Q 6: *ita Nume-*
» *ri Denominati (quos Cossicos vulgò dicunt) irrationales fiunt*
» *quum ipsis signum aliquod irrationaliū præficitur: Vt ex 4N,*
» *fit* ℞ Q. 4 N, *Numerus Denominatus irrationalis: qui sic enun-*
» *ciatur, Radix Quadrata quatuor Radicum.*

Peletario dice che ℞ Q 4 N. sian o la radice di 4N, non di 4 Q.

E se alcuno in fauor di lei dicesse, che l'esempio apportato è di N; non di Q; dalli quali si potrebbe pigliar il lato: Rispondo, che dalle parole, *vt ex 6 fit* ℞ Q 6; *ita Numeri denominati, &c.* si caua benissimo, che il Peletario vuole non solamente, che auanti al numero delle N. si ponga il segno radicale ℞ Q. per pigliarne il lato, ma che si pōga innāzi à qualsiuoglia numero denominato, ò Cossico non quadrato per rispetto della dignità, ancorch'il numero fusse quadrato, com'è sopra. Il Tartaglia alla carta 3 B. della sesta parte trattando del modo di rappresentare la radice delli numeri con dignità scriue:

» *Essempigratia la* ℞ *de* 3 Q. *non si può cauare, ma se rapre-*
» *sentarà in questa forma* ℞ 3 Q. *& così la* ℞ *de* 5 Q. *è* ℞. 5 Q. *&*
» *così discorrendo nelli altri de numero non quadrato.*

Tartaglia scriue, che la ℞ Q di 3 Q. sia ℞ Q. 3 Q.

Qual cosa la dice tanto chiara, che l'intenderebbe anco vn semplice Aritmetico, non che vn'Algebrista; nè meno credo, che si saria sognato il Tartaglia di dire che la ℞. di 3 Q. sia ℞. 3 N; ò di 5 Q; che sia ℞. 5 N. Notisi poi quello, che scriue à carte 13, riga 22. in pro-

posito di quadrare vn numero Cossico irrazionale:

> Il medesimo Tartaglia scriue, che à quadrar ℞ 100N. faccia 100N, non 100Q.

,, *Ancora ponaremo caso che si hauessero 8+℞40N. eguali à ℞*
,, *100N. & che ancora si volessino leuare dette radici di essa egua-*
,, *gliatione, che per esserne nell'vno, & nell'altro delli estremi di*
,, *quella, gli multiplicaremo ambidoi in sè medesimi idest qua-*
,, *draremo, & haueraßi poi 64+40N+℞10240N. eguali à*
,, *100N. hora discompagnaremo, &c.*

Onde si vede, che quadrando ℞100N. fà, che risulti 100-N, non 100Q; & poco più abbasso dice:

,, *Et hauerai poi ℞.20Q—℞17N. eguali à 2Q—10, hor mul-*
,, *tiplica l'vno, & l'altro di detti estremi in se medesimi, & ha-*
,, *uerai 20Q+17N—℞1360C. eguali à 4QQ+100—40Q.*

Siche si vede tanto nel quadrare ℞.20Q; quanto ℞.17N. altro non hauer fatto, che toltogli di nanzi il carattere radicale senza punto alterar la dignità, come ella dice douersi fare. Et oltre a i suddetti esempi alla carta 32.B; & alla 33. pur si può veder, che opera nell'istesso modo.

Il Dibuadio nel prolegomeno al decimo di Euclide nel luogo citato al primo esame proseguendo oltre la equazione di ℞112Q—1Q. eguali à 12 $\frac{1}{4}$ per trouar il valore di 1N. scriue di questo tenore:

,, *Decenti potestatum preparatione absoluta 150 $\frac{1}{16}$ + 1QQ. æ-*
,, *quabitur 87 $\frac{1}{2}$ Q. quare 1N valor est ℞85 $\frac{3}{4}$ &c.*

> Dibuadio quadrando ℞112-Q fa 112Q nō 112QQ.

E chi desidera saper, come ha operato il Dibuadio per ridurre tal numero, com'egli dice, lo porrò io. Di già hauea detto, che ℞112Q—1Q. erano eguali à 12 $\frac{1}{4}$; hà aggiunto à ciascheduna parte 1Q; & venutone ℞112Q. eguali à 12 $\frac{1}{4}$ + 1Q; poi hà moltiplicato ciascuno in se, & fatto 112Q. (ilche notisi) eguali à 150 $\frac{1}{16}$ + 24 $\frac{1}{2}$ Q + 1QQ; & da essi prodotti ha tolto 24 $\frac{1}{2}$ Q; & così è rimasto 87 $\frac{1}{2}$ Q. eguale à 150 $\frac{1}{16}$ + 1QQ; come

dice

dice esso Dibuadio. Dalche si vede medesimamente, che hauendo quadrato ℞ 112 Q. non hà alterata punto la dignità.

Similmente l'Vnicorno à carte 270. quesito 93. volendo sciorre la questione 30. di frà Luca, venendo alla equazione di $\frac{6}{1N}$ eguale à ℞ 4N. dice così.

» *Moltiplica li estremi in se medesimi, cioè in prima $\frac{6}{1N}$ in se faranno $\frac{36}{1Q}$ & poi multiplica in sè ℞ 4 N. de pisani faranno 4 N.*

Vnicorno mette quadra ℞ 4N fa 4N. non 4Q.

Dalche può ogn'vno giudicar quanto sia trita questa cosa, che douendosi quadrar qualche quantità irrazionale Cossica altro nō si hà à fare, che leuargli dinanzi il carattere radicale senza punto toccare la dignità, che sino l'Vnicorno (il quale non professaua esser Algebrista) l'hà vsata, & non solo in questo luogo l'hà operata, ma anco à carte 271. scriue vna cosa simile dicendo:

» *Hauerai ℞ 1 $\frac{4}{5}$ N. eguale à 12—1 $\frac{4}{5}$ N. moltiplica li estremi in sè medesimi faranno 144—43 $\frac{1}{5}$ N + 3 $\frac{6}{25}$ Q equali à 1 $\frac{4}{5}$ N.*

Che pur si vede hauer quadrato ℞ 1 $\frac{4}{5}$ N; e fatto 1 $\frac{4}{5}$ N; nō 1 $\frac{4}{5}$ Q; e conuersamente se hauesse presa la radice di 1 $\frac{4}{5}$ Q; hauerebbe detto, che sia ℞ Q. 1 $\frac{4}{5}$ Q. perche quadrato ℞ Q. 1 $\frac{4}{5}$ Q. fà 1 $\frac{4}{5}$ Q; come era prima.

Oltre di ciò senta per grazia lo Steuini quello, che scriue prima circa al modo di cauar la radice da i numeri Cossici, e poi nel quadrare simili numeri irrazionali. Questo a car. 40. Diffinizione 34; doue esplica che effetto facci, ò che significhi il segno di ℞. posto auāti qualche numero Cossico, scriue in questa maniera.

» *Le nombre radical mis devant la marque de quantité & separé par signe tel)(, sera nombre de multitude des quantitez: mais*

Steuini dice, che il segno ℞ posto auanti di qualsiuo.

sans

glia quantità cossica senza interposizione di)(, che riferisce tanto al numero, quanto alla dignità.

" *sans iceluy signe de separation, a lors ℞ denote la racine du nombre de multitude, ensemble la racine de la quantitè.*
" Explication.
" *Comme ℞ 9) (②. c'est à dire racine de 9 secondes, mais considerè que la ℞ se refere seulement au 9, & point à ②. ce que denote la marque de separation) (: &c.*

Siche dice assolutamente lo Steuini tanto nella diffinizione, quanto nella esplicazione, che trouandosi il segno ℞. innanzi à qualsiuoglia numero con dignità, e senza separazione, ò interposizione di)(frà il numero & la dignità che la ℞ si debba riferire tanto al numero, quanto alla dignità.

Ma acciochè si vegga, che il fare questa separazione trà il numero, e la dignità non è cosa necessaria, nè serue à nulla, essendo tal cosa posta dallo Steuini più per mostrar la varietà, che per l'vso di seruirsene, si potrà scorgere da quello, che il medesimo opera, hauendo a moltiplicare ℞. 3)(N. per ℞ 2 Q; dicendo alla riga 3. della carta 216; come segue:

" *Item pour multiplier ℞ 3)(N. par ℞ 2 ② on convertira la prime quātitè aussi en racine, qui est ℞ 3 ②. & leur produict sera ℞ 6 ②②.*

Di modo che è cosa superflua il dire, che la ℞ di 3 Q. sia ℞. 3)(N; interponendoui)(; mentre nel moltiplicarli bisogna di nuouo ridurli à ℞. 3 Q; & si viene à confermare esser meglio à lasciarli, & intendere, che il segno radicale si riferisca & al numero, & alla dignità, che porui tal segno, e poi leuarlo. Questo è quanto si può cauar dallo Steuini circa il modo di pigliar il lato da i numeri Cossici; vediamo hora quello, che scriue circa il modo di quadrar vn numero Cossico irrazionale. Osseruisi, che cosa scriue à carte 256; alla

pri-

prima riga:

„ *Mais si 2C + ℞3Q, fussent egales à 5Q, la vulgaire maniere*
„ *est de mettre la ℞3Q seule soubstrayant de chascun terme 2C,*
„ *& demeureront ℞3Q egales à —2C+5Q; Puis de prendre le*
„ *quarrè de l'vne, & l'autre partie, & seront 3Q, egales à 4CC.*
„ *—20QC+25QQ; &c.*

Stevin quadra ℞3Q e fa 3Q non 3QQ.

Dalle quali parole deuesi notare (oltre al quadrare ℞3Q; & fare 3Q.), che dice tal modo di operare esser volgare, si che, chi ha fatto il contrario, si è allontanato dal comune, & vsato modo di operare, e però non è marauiglia, &c.

Il Clauio medesimamente nõ è discrepante dal comun vso, e pratica da tutti vsata, perche à carte 1383 riga 7. scriue:

„ *Item si sit æquatio inter ℞Q.10Q & 20. erit etiam æquatio in-*
„ *ter eorum quadrata 10Q & 400.*

Clauio quadra ℞10Q e fa 10Q.

Siche quadrando ℞Q.10Q. altro non fà, che leuarli dinanzi il carattere ℞Q; e resta 10Q; come prima, non alterando la dignità; e questo non solo nelle radici quadre, ma nè tampoco nelle cube, come dal seguente esempio cinque righe più sotto del luogo citato si può vedere:

„ *Denique (dic'egli) si æquatio inueniatur inter ℞C.12Q & 30.*
„ *erit etiam æquatio inter eorum cubos 12Q & 27000. &c.*

Oltre quello, che scriue alla carta 376. circa il fine, che pure è all'Analisi contrario, dicendo:

„ *Positis iisdem, inuenietur æqualitas inter ℞Q243. & ℞Q3QQ.*
„ *ac proinde & inter eorum quadrata 243. & 3QQ.*

Et alla carta 377; riga 6. scriue pure il simile. Quali esẽpij à chi non bastassero, cerchi nell'istesso Autore, che ne trouerà de gli altri.

Vediamo la medesima cosa nel Lantz à carte 157; doue

trat-

tratta *de Numeris irrationalibus*, come viene diffinita; ſcriue egli:

Lãtz dice, che ℞Q.20N ſiano la radice di 20 N non di 20Q.

» *Numeri irrationales Coſſici duplici notãtur charactere, hoc mo-*
» *do ℞Q 20N, quorum prior ſignificat radicem quadratam ex*
» *20, ſecundus 20 radices: ipſe vero numerus ſic pronunciatur.*
» *Radix quadrata viginti radicum.*

Dalle quali eſquiſitamente ſi caua, che ℞Q20N. ſiano la ℞Q. di 20N; non di 20Q;

Il Glorioſi nella Deca 2. car. 91. riga penultima opera ancor egli in vna equazione la medeſima regola.

Il Glorioſi quadrando vn numero coſſico irrazionale, leua ſolamẽte il carattere radicale di nãzi, e laſcia la dignità com'era prima.

» *Ergo (ſcriue egli)* ℞ $\frac{15910200723536476QQ}{75302026050276}$ *æquabitur* ℞
» $\frac{20619620137703272896}{75302026050276}$, *quadrentur omnia, &* $\frac{15910200723536476QQ}{75302026050276}$
» *æquabitur* $\frac{20619620137703272896}{75302026050276}$ *hoc eſt* 15910200723536476QQ
» *æquabitur* 20619620137703272896.

Siche hauendo quadrato la ℞. del numero delli QQ. nõ ha altrimenti mutata, ò alterata la dignità, ma ſolo gli hà tolto la ℞; che gli era innanzi, & laſciato, com'era prima. Adunque conuerſamente, quando dal numero non quadrato accompagnato con li QQ. ne hà preſa la ℞; non hà detto, che ſiano ℞. di tanti numeri Q; ma di tanti numeri QQ; & il medeſimo alla 3. Deca, carte 137. quadrando vn trinomio, nel qual ſi trouano ℞5Q; & ℞3N; quando quadra ℞5Q; ſa, che ſia 5Q; non 5QQ; & il quadrato delle ℞3N. dice, che ſia 3N; non altrimenti 3Q.

Goſſelino quadrando ℞3N. fa 3N. non 3Q.

Nel Goſſelini carte 68B; riga 19. pure a queſto propoſito trouiamo ſcritto:

» *Sit æquale ℞7. ℞3N, multiplicabimus vtramque quantitatem*
» *in ſe, fient 7 æqualia 3N.*

Che ſi vede hauer quadrato ℞3N; & fatto 3N; non 3Q; & al contrario conforme il ſuddetto la ℞. di 3Q. ſareb-

rebbe ℞3Q. non ℞3N.

Vediamo per vltima conclusione, se nel Nonio potessimo trouar qualche cosa à mio, ò suo fauore: notisi, come dice à carte 139A; riga 16; che è il medesimo esempio del Gosselini.

Non'o quadra ℞3N. e f 3N. non 3Q.

„ *Iten, si queremos ygualar ℞7. con ℞3N. multiplicaremos ca-*
„ *dauno ensi mismo, y haremos 7. yguales a 3N.*

Dunque quadrando ℞. 3N. non fa altrimenti 3Q; ma fa 3N: Et poco più sotto, cioè alla riga 22. scriue:

„ *Iten, si queremos ygualar ℞18N. con 3N. multiplicaremos*
„ *cadauno ensi mismo, y haremos 18N. yguales à 9Q.*

Lascio per breuità gli altri esempij di questo Autore bastando gli apportati di sopra con gli Autori citati; che sono 13. in tutto, gli esempij de' quali credo siano per persuader chi si sia à tener, & operare il contrario di quanto ella fin'hora hà tenuto in questo particolare, che si douesse operar in moltiplicare vn numero irrazionale Cossico in se medesimo, ò da quello pigliarne il lato.

Regola di pigliar il lato da i solinomij Cossici,

Regola per estrarre la radice da i numeri Cossici.

Volendosi pigliar il lato da i numeri Cossici semplici, cioè di vn solo nome, bisogna, che tanto il numero, quanto la dignità habbiano le condizioni, che si richiedono: per esempio; se si vuol pigliar la radice Q; è necessario, che il numero sia quadrato, e la dignità habbia metà: se si vuole pigliar la Cuba, che il numero sia Cubo, e che la dignità habbia terzo, &c. Altrimenti se li ponga auanti quel carattere radicale, che esprime la qualità della radice, la quale si vuole cauare senz'altra operazione, che quel tale carat-

tere significherà, che si debba pigliar il lato tanto dal numero, quanto dalla dignità, come si è veduto dagli esempij di sopra addotti di tutti gli Autori, che di ciò scriuono. Verbigrazia:

Esempio primo. La ℞Q. di 25Q. è 5N; perche la radice di 25. è 5; e la metà di 2. esponente di Q. è 1. esponente di N; e però 5N è il lato di 25Q.

Esempio secondo. La ℞Q. di 20Q. è ℞Q. 20Q; perche il numero non ha lato, ancorche il Q. habbia metà; & il quadrato di ℞Q. 20Q. è 20Q.

Esempio terzo. La ℞Q. di 25N. è ℞Q. 25N; stante che N. non hà metà, & ancorche 25. habbia radice, nondimeno per impedimento della dignità non può cauarsi. Et il quadrato di ℞Q. 25N. è 25N; non altrimenti 25Q.

Esẽpio quarto. La ℞C. di 8C. è 2N; percioche la radice cuba di 8. è 2; & il terzo di 3. esponente di C. è 1. esponente di N.

Esẽpio quinto. La ℞C. di 10C. è ℞C. 10C; poiche il numero non hà lato cubo, & per questo si lascia. Et il cubo di ℞C. 10C. è 10C.

Esempio sesto. La ℞C. di 8Q. è ℞C. 8Q. il numero hà lato cubo, ma li Q. non hanno terzo, e però si lascia. Et il cubo di ℞C. 8Q. è 8Q.

Esempio settimo. La ℞QQ. di 16QQ. è 2N; perche la radice quadraquadrata di 16. è 2; e la quarta parte di 4. esponente di QQ. è 1. esponente di N.

Esempio Ottauo. La ℞QQ. di 20QQ. è ℞QQ. 20QQ; Et il quadroquadrato di ℞QQ. 20QQ. è 20QQ; & il simile si operarebbe nell'altre quantità Cossiche, che non hanno lato per rispetto ò del numero, ò della dignità.

ESA-

ESAME QVARTO.

NEL QVALE SI TRATTA DEL MODO, E regole vniuersali date dal Signor Mag. in cauare la radice da i moltinomij Algebrici.

DAREMO principio a questo esame senz' altri preamboli dalla carta 34; riga 3. doue si troua scritto nella seguente maniera.
„ *Cauisi la R̜Q. di 16QQ.+40C.+25Q. Prima* „ *è necessario conoscere se tal composto è rationale,* „ *cioè se hà lato giusto, ò irrationale, il che si conosce in tre modi.*
Dalle quali parole si caua ch'egli ha benissimo auuertito essere necessario, che l'operante prima di tentar l'impresa in cercare di cauar la radice, conosca, se sia, ò non sia possibile; accioche non si operi senza frutto, ò à tastoni: onde per isfuggire simili inconuenienti dà i seguenti trè precetti; ò regole vniuersali; i quali noi andaremo esaminando, se veramente sono tali, quali esso pretende, che siano.

„ *Prima (soggiunge egli nel suddetto luogo) se è fatto de nume-* „ *ri rationali, la somma di detti numeri è rationale, come il pre-* „ *sente, che è fatto di 16, di 40, e di 25, che sommati fanno 81,* „ *ilcui lato è 9, quadrato del composto de numeri del lato.*

Tre precetti, che pone il Sig. Mag. per conoscer quādo vn moltinomio hà lato.

„ *Secondo si conosce se è rationale, che à puntare il primo, e se-* „ *condo nu. à mano manca, e poi vno sì, & vno nò, è necessa-* „ *rio, che vno ne resti nel fine verso mano dritta senza punto, ò* „ *come in. sia punto negl'vltimi.*

„ *Terzo si conosce, che quando il num. composto, dal qual si de-* „ *ue cauare la R̜Q. ha due figure, bisogna che sia trinomio, se ne* „ *hà tre, sia quinquinomio; se n'ha 4 settinomio, se n'ha 5 no-* „ *ninomio, o di 9 numeri, &c.*

Stanti le quali terminazioni, proposto, che ne sarà vn moltinomio Algebrico, sarà facile il conoscere, se è

quadrato, ò non quadrato. Ma per non confonderci, & ingolfarci così subito in vn pelago senza fondo; stimo bene andar terra terra, come si suol dire, e per hora trattare solamente de i trinomij, e mostrar quãto le date terminazioni siano lontane dalla generalità, promessa nell'Analisi; che per questo proporrò primieramente questo trinomio 12C+10Q+3N; e domando a V. S. Sig. Mag. se hà, ò non hà lato? Sò, che risponderà di rimettersi alle date terminazioni; però ricorriamo ad esse.

Trinomio che douerebbe hauer lato secondo i sudetti precetti, e non l'ha.

Dice, che si osserui primieramente, se è fatto di numeri razionali; il che si conoscerà, se la somma è numero quadrato; somminsi 12, 10, e 3 (numeri che si trouano nel detto Trinomio) fanno 25, che è numero quadrato; adunque ci è la prima condizione; bene. passiamo alla seconda.

Secondariamente puntandolo, com'ella ordina, vno sì, e l'altro nò, riceue due punti, che è la seconda condizione.

Et la terza pur vi è, percioche è trinomio. si che hauendo tutte le condizioni, ch'ella vuole; segue necessariamente secondo li dati precetti, che tal trinomio sia quadrato.

Ma questo non è vero, nè da esso si può pigliar il lato; e senza mostrarlo voglio crederlo à lei medesima, che lo dice à carte 72; riga prima; per esser quello il medesimo trinomio da lei proposto; qual'e dunque la causa, che hauendo tutte le condizioni prescritte, non è trinomio quadro?

Proponiamo vn altro trinomio del tutto mancheuole

del-

della prima condizione, ch'ella vuole, c'habbia, e vederemo se hà lato, ò nò. Sia egli questo; 48QQ + 120C + 75Q. e di nuouo le domando, se sia possibile di poterne cauar il lato? Stimo al certo, che dirà di non potersi secondo li dati precetti, stante che la somma di 48, di 120, e di 75. fa 243; quale non è numero quadrato, che però meno douerebbe hauer lato per le sue regole: Ma se le farò toccar con mano che l'hà (ancorche li manchi la principal condizione) che cosa dirà ella? Trinomio che non douerebbe hauere radice secõdo i precetti dell'Analisi, e si troua che l'hà.

Dico il suo lato essere ℞.48QQ. + ℞.75Q. ne faccia la proua à suo gusto, che trouarà, quanto io dico: imperoche essendo il quadrato di queste due quantità eguale per la 4. del 2. al quadrato di ℞.48QQ; che è vna parte al quadrato di ℞.75Q; che è l'altra, & al duplo del loro rettangolo, presto si può prouare, se torna il proposto trinomio; per tanto si quadri ℞.48QQ; fà 48QQ; & il quadrato di ℞.75Q. è 75Q; quali si saluino. Poi si moltiplichi ℞.48QQ. per ℞.75Q; fa il prodotto ℞.3600CC; la cui radice è 60C; onde il duplo di 60C; che è 120C. accompagnato con li due quadrati delle parti saluati di sopra, farà la somma 48QQ + 120C + 75Q; che è eguale al trinomio proposto: siche ℞48QQ + ℞75Q. è il vero lato del suddetto trinomio, non ostante, che non habbia la prima condizione, & però escluso dal poter hauer lato secondo i precetti dell'Analisi.

Et se essa, ò altri hauessero difficoltà in credere, che sia il vero lato il suddetto, & oltre alla proua ne volessero autorità, si cerchi nel cap. 36. dell'Aritmetica del Carda-

dano (luogo citato anco nel primo esame), doue per altro proposito dice esser tanto la Radice vniuersale di 48QQ + 120C + 75Q. (che è il da me proposto trinomio), quanto ℞48QQ + ℞75Q; e le sue parole sono le seguenti.

„ *Quæ si velis reducere ad radicem vniuersalem, deduc in pri-*
„ *ma multiplicatione 4Q. in 5N. in crucem fient 16QQ. + 40-*
„ *C + 25Q. multiplica in 3. fiet igitur ℞. (48QQ. + 120C + 75-*
„ *Q.) productum illud, & hoc est idem radici distinctæ 48QQ.-*
„ *+ ℞75Q &c.*

Quali se da lei si esaminaranno, trouerà il vero, ne ciò esser mia inuenzione. Questo sia detto circa a i citati precetti generali del solo trinomio: diciamo hora alcuni altri particolari; e poi darò trè precetti generali per li trinomij, cioè per conoscere quando hanno, ò non hanno lato, e questi con regole dimostrabili (al mio parere), e Geometriche nó cauate dalla semplice osseruazione.

Ancorche i tre precetti dati nell'Analisi fusserò veri, nondimeno per nó far conto del + e — e delle dignità, sono di poca importanza.

Supponiamo dunque, che i trè precetri dati da lei siano sempre in vn trinomio, ò moltinomio, cioè che vi siano sempre quelle condizioni, che hà già detto, dicami per grazia le dignità, e i segni +, & — hanno, ò nó hanno che fare co i numeri, e nomi del moltinomio? Io credo, e tengo di si; anzi dico, che siano necessariissimi, perche li numeri senza dignità, & + ò — non sarebbono altrimenti moltinomio, ma vn solo numero.

Stante questa verità, mi marauiglio, come V. S. non habbia fatto menzione di questo, nè dato regola, se sia, ò non sia possibile il potersi cauar la radice da tali moltinomij per causa delle dignità, e del +, ò del —, quail

li cose erano da considerarsi ne i moltinomij più di qualsiuoglia altra.

Et per confermazione di questa verissima verità voglio pigliar il medesimo trinomio posto nell'Analisi à carte 34; qual è 16QQ + 40C + 25Q; che secondo lei ha tutte le trè condizioni necessarie, per poterne pigliar il lato, e voglio lasciarli ad vnguem i numeri, come si trouano; solamente mutando, ò ponendo nel luogo de i QQ. il C; e nel luogo del C. i QQ; e poi desiderare i intender da V.S. perche non è quadrato? e se mutasse il C. nel Q; & il Q. in luogo del C; perche medesimamente non è quadrato? e se auanti a i QQ. ò à i Q. si ponesse il —, perche non sarebbe quadrato, essendo sempre il medesimo trinomio, e sempre la sōma de i numeri è 81; che è numero quadrato? Queste cose vorrei, mi fussero esplicate, perche non l'intēdo.

Somma de numeri non ha che fare col moltinomio, essendo le dignità, & il + ò impossibile, ad hauer il lato.

Non credo, mi si possa risponder altro, nè darmi altra ragione, che il dire tale trinomio non hauer lato (posponendosi le dignità com'io dico), percioche nè le dignità, nè li — stanno à loro luogo, e per questo ancorche sia trinomio, e la somma de' numeri sia quadrato, può da esso pigliarsi il lato, qual cosa è verissima: si che si doueua più di queste dignità, e delli — far menzione, che del numero, nè de' punti.

Vegga V.S. dunque, quante combinazioni, e varietà può hauere il solo trinomio da lei diffinito per quadrato, che non sarebbe più tale, delle quali nell'Analisi non si troua nulla: hora se nel solo trinomio occorrono questi accidēti, che sarà delli più nomi? De i quali tengo, che sia impossibile à darne regola generale,

co-

come nel progresso si andarà mostrando, eccettuatone però il trinomio, del quale porrò più sotto la regola: e prima di venir al particolare di essa, stimo bene, che io mi dichiari con alcune diffinizioni per esser meglio inteso.

Diffinizioni.

Prima. CHiamo, ouero intendo io per prima quantità, ò numero in vn trinomio quello, che hà maggior dignità, cioè, che il suo esponente è maggiore de gli esponenti de gli altri; sia nel primo, ò in qualsiuoglia luogo del trinomio.

Seconda. Il secondo numero intendo quello, del quale l'esponente della dignità, che si troua in esso è alquanto meno dell'esponente del primo numero, siasi pure in qualsiuoglia luogo del trinomio.

Terza. Il terzo numero domando quello, del quale l'esponente della sua dignità è minore di quello del secondo, e col medesim'ordine intendo (quando fussero più di 3. nomi) del quarto, del quinto, e de gli altri numeri del moltinomio, siano in qualsiuoglia luogo di esso.

Si esplicano le tre date diffinizioni, in vn trinomio.

Et per maggior chiarezza l'esplicarò in questo trinomio; 12Q+2C+18N; del quale intendo per prima quantità li 2C; perche l'esponente del C. è 3; la seconda li 12Q; perche l'esponente di Q. è 2; che è meno di 3; & per terza quantità intendo le 18N; perche l'esponte di N. è 1; quale è meno di 2; & così ne gli altri nomi del moltinomio. Inteso questo dico, che per conoscer se vn proposto trinomio ha lato, bisogna, che habbia le seguenti tre condizioni.

Con-

Condizioni, che deue hauer il trinomio, per esser quadrato.

PRima; che la metà del numero della seconda quantità sia medio proporzionale trà li numeri della prima, e della terza quantità: esempligrazia nel suddetto trinomio la metà di 12, che è 6. è medio trà il primo, che è 2. & il terzo, che è 18. Tre condizioni per conoscere quando il Trinomio ha lato quadro. Prima.

Secondo; che gli esponenti della prima, seconda, e terza quantità siano in continua proporzione Aritmetica trà loro: come nel proposto trinomio 3. esponente di C. col 2. esponente di Q; e con l' 1. esponente di N. sono in continua proportione Aritmetica. Seconda.

Terzo, che tutti li numeri, ò quantità siano +, ouero, che solamente il secondo sia —, & allora può hauer due radici, come si dirà; altrimenti vna di queste condizioni mancando, sarà tempo perso il cercar il lato, ancorche habbia tutte le condizioni, che si trouano nell'Analisi; e quando hauerà tutte trè le sudette mie condizioni; per pigliarne il lato, basta pigliarlo dalla prima, e dalla terza quantità senza alcun altra operazione, e sarà la sua radice, hauendo però riguardo alla seconda quantità, cioè se è —, perche saranno due i lati del dato trinomio. Terza.

Queste sono le mie determinazioni, ò regole generali per il trinomio, quali accioche restino meglio alla memoria, ne faremo la seguente dimostrazione, che seruirà à tutte trè insieme.

Dimostrazioni delli tre dati Precetti.

Geometrica dimostrazione delli tre date côdizioni.

PRopongansi due numeri il primo sia 3Q. (notato con A. il numero, e con B. la dignità, ò esponente di essa) il secondo sia 2N. notato, come di sopra, il numero con D. e la dignità con E; Poi moltiplichisi A. in A; facci H; si dupli B. esponente di A; facci L; si che HL. sarà il quadrato di 3Q; similmente si moltiplichi A. in D; facci F; e la somma di BE. loro esponenti sia G; adunque FG. è il rettangolo di 3Q. in 2N. In oltre il prodotto di D. in D. sia M; & il duplo di E. esponente di D. sia O. onde MO. sarà il quadrato di 2N.

A:B.		D:E
3:2.		2:1
	F:G.	
	6:3.	
H:L.	P:G.	M:O.
9:4 +	12:3 +	4:2.

Segue dunque per la 2. dell'8. che li tre numeri H.F.M. sono in continua proporzione, & essendo H. quadrato di A, & M. quadrato di D. & F. è il rettangolo di A. in D; verrà il detto rettangolo F. ad esser medio trà li quadrati di esse parti, cioè trà H, & M; il quale se si dupla in P. (lasciando senza duplar G. esponente), si haueranno le trè quantità H.P.M. per la 4. del 2. eguali al quadrato di A, è di D. cioè di 3Q + 2N. Quali tre quantità essendo date in vn trinomio, segue conuersamente, che se quello è quadrato, la metà del numero della seconda quantità, che di sopra fu 12 sarà necessariamente medio trà il numero della prima, che è 9; e quello della 3. quantità, che è 4. E questa è la dimostrazione della prima terminazione.

Dimostrazione del Primo precetto, ò condizione.

Secondariamente dico, che gli esponenti L. G. O. sono in continua proporzione Aritmetica, imperoche hauen-

Dimostrazione della seconda.

nendo alle due quātità disuguali B.E. aggiunto vgualmente B. à ciascheduna, e fatte le somme L; & G. segue che dette somme L; & G. sijno pur disuguali per la 4. comune notitia, e di quante vnità B. superaua E; di altre tante L; supererà G; e per le medesime ragioni essendosi aggiunto all'istessi numeri B.E. disuguali il numero E. egualmente, e fatte le somme G; & O; queste somme pur saranno disuguali, si che di quante vnità B. superaua E; di altretante G. supera O. ma di quante vnità B. superaua E; pur di tante L. superaua G; adunque i tre esponenti L.G.O. sono in continua proportione Aritmetica; onde conuersamente segue, che se nel dato trinomio gli esponenti non saranno tali, quello non sarà quadrato, che è la seconda cosa da dimostrarsi.

Terzo dissi, ò che li nomi del trinomio deuono esser tutti, ò solamente il secondo poteua esser meno; percioche li due numeri proposti A; & D; ò sono ambidue +; ò ambidue −; ouero vno +; e l'altro −. Se sono ambidue +; ò ambidue −; in ogni caso tanto i loro quadrati H.M; quanto il loro rettangolo F. saranno +; imperoche +. via +; & −. via −; fa +. di modoche le tre quantità H.F.M. sarebbono tutte +; ma se delli due numeri A; & E. del lato vno sarà +; e l'altro −; non può altro, che il loro rettangolo esser −; stante che +. via −. fa −; & essendosi dimostrato, che il duplo del rettangolo è quello, che viene nella seconda quantità del trinomio, segue, che solamente la seconda quantità può esser −; che è la terza cosa da dimostrarsi. Dimostrazione della terza.

La ragione poi, perche, quando la seconda quantità è meno, habbia due radici il trinomio, è perche tanto fà (per essempio) A. fusse +; come se fusse E. sempre il duplo del loro rettangolo, cioè la seconda quantità viene —. Quali cose ben'intese verrò alla pratica per maggior intelligenza.

Perche quãdo la seconda quãtità del Trinomio è meno, può hauer due radici.

Regola generale per cauar la Radice da i Trinomij Algebrici.

Regola per cauar la radice da i trinomij.

PRopongasi questo trinomio 12C + 4QQ + 9Q; dal quale si debba pigliar la radice. Si consideri, qual di essi nomi è la seconda quantità, trouaremo, che è 12C, (che non importa stiano nel primo luogo) perche 3. esponente di C. è medio trà 4; & 2. esponẽti di QQ; e di Q. piglisi dunque la metà di 12. è 6; veggasi, se è medio trà 4. prima quantità, e 9. terza, e trouerassi che è così; adunque vi è la prima condizione. Veniamo alla seconda, cioè se gli esponenti delle dignità sono in continua proporzione Aritmetica; trouiamo pur di sì, perche 4. 3; & 2. sono tali. La terza pur vi è; perche son tutti +; adunque concludasi, che il proposto trinomio sia quadrato, & il suo lato sarà, quanto la radice della prima quantità 4QQ; cioè 2Q. +, la radice della terza 9Q; che è 3N; sì che 2Q. + 3N. sarà il lato, che si cerca.

Essempio primo.

Propongasi il trinomio del Sig. Mag. mutato in vna sola dignità, così; 16C + 40QQ + 25Q; perche hauendo le medesime condizioni da esso date, douerebbe esser quadrato, poiche il mutar la dignità poco importa secondo lui, non facendone conto nelle sue determinazioni. Vediamo per li suddetti precetti; se hà tutte

Essempio secondo.

tre

tre le condizioni, che si richiedono; trouaremo, che ne hà due solamente, cioè tutti gli esponenti sono in continua proporzione Aritmetica, e li nomi sono tutti +; ma presa la metà della secóda quantità, cioè di 16 (che è con li C.), qual è 8; questo non è medio proporzionale trà 40, & 25. Si che si concluda non hauer lato, ancorche la somma de i numeri sia numero quadrato.

Et per curiosità, e sodisfazione del lettore voglio addurre due altri trinomij, ne i lati de i quali interuengono numeri Cossici irrazionali, & il primo sia questo: 2 C. + 18 N — 12 Q; del quale si vogli inuestigare, se hà lato. Veggasi prima, se la metà delli 12 Q. (secóda quátità), cioè 6. è medio tra 2, & 18; il che si vede di sì. Bene; vi è la prima condizione. Vediamo la seconda, qual pur vi è; percioche gli esponenti di C; Q; & N. sono in continua proporzione Aritmetica. Et anco la terza vi è, perche la seconda solamente è —. Adunque è quadrato, & il suo lato sarà la radice del primo nome, cioè di 2 C; meno la radice della terza quantità, qual è 18 N; ouero la radice della terza quátità, meno la radice della prima, cioè R 2 C — R 18 N; ouero — R 2 C + R 18 N; & ambidue questi binomij sono la radice del proposto trinomio. Esempio terzo in vn trinomio che ha per lato due numerij irrazionali.

L'altro trinomio sia, 10 C + 2 N + R 80 QQ; e come di sopra inuestighiamo, se hà lato (auuertasi però, che lo propongo ad effetto di schiarir alcune difficoltà, che forsi proponendolo il Sig. Mag. potrebbe in opposizione addurre), Prima piglisi la metà della seconda quantità, cioè di R 80. (che questo è il numero della se- Esempio quarto.

con-

conda quantità come dirò), qual è R 20, & osseruisi, se questo è medio proporzionale trà 10. prima quantità, & 2. terza; il che si vede di si. Adunque vi è la prima condizione. Notiamo, se vi è la seconda; quale pur vi è: perche non ostante, che siano QQ; si deue osseruare, che auanti hanno il carattere R; il quale significa, che da quelli se ne deue pigliar il lato, che sono Q: e però come Q; nõ come QQ. deuono stimarsi, essendo QQ. in potenza, & il non potersene cauar il lato, è per accidente, che il prodotto delle parti della radice d'onde, la detta quantità è peruenuta non ha lato, perche quando l'hauesse (come è auuenuto all'esempio superiore, che è stato razionale), sarebbono Q; non QQ; di modo che gli esponenti di C, di R QQ; e di N sono in continua proporzione Aritmetica, che è la seconda condizione. Et la terza medesimamente vi è, percioche sono tutti +; adunque non ostante che non habbia le condizioni poste nell'Analisi; pur'è quadrato, & il suo lato è quanto la radice della prima quantità, e della terza, cioè R 10 C + R 2 N; perche sono tutte le quantità del trinomio più.

Si tratta del Quadrinomio. Tutto il già detto fin qui in questo esame è stato circa del trinomio; diremo hora qualche cosa del quadrinomio, il quale secondo le regole, ò precetti dati, dal Sig. Mag. non può mai hauer lato in modo alcuno, e non solo il quadrinomio, ma anco il sestinomio, l'ottinomio, & in somma tutti quelli di numero pari sono dall'Analisi esclusi dal poter hauer lato.

Vi è però chi farà conoscere, che tutt' i moltinomij pari ò impari, che siano dal trinomio in sù, possono hauer

ra-

radice quadra, e prima si mostrarà del quadrinomio.

Proponiamone vno, e sia questo: 1 QQ — 4 C + 8 N + 4; e si esamini secondo l'Analisi, se per disgrazia hauesse lato. Prima si sommino li numeri 1: 4: 8. & 4; fanno 17; qual numero non è quadrato, onde meno hà la prima condizione. Si puntino, come l'Autor di essa ordina, li due primi numeri à mano mãca, e poi vno sì, e l'altro nò (credo voglia dire vno nò, se l'altri sì), riceue si bene trè punti, ma non resta l'vltimo senza punto: adunque non ha la seconda condizione. Et finalmente riceuendo tre pũti, deue esser quinquinomio, questo è quadrinomio, dimodoche meno hà la terza condizione, e per conseguenza, secondo li dati precetti da esso, non douerebbe esser quadrato, siche trouandosi il contrario, e che non solo habbi vna, ma due radici, che dirà chi legge?

Quadrinomio escluso dal potere hauer lato secondo l'Analisi, e non dimeno, n'ha due.

Vno dunque de i lati del proposto quadrinomio è — 1 Q + 2 N + 2. e l'altro è 1 Q — 2 N — 2. La proua lascio, che la facciano gli amici del Signor Mag.

Il simile auuerrebbe, se si proponessero questi altri due quadrinomij, cioè 2 QQ — 8 C + 16 N + 8; & 1 QCC + 8 CC — 64 Q + 64; perche secondo si è detto niuno douerebbe hauer lato, e si troua, che ciascheduno ne ha due; quei del primo sono R 2 QQ — R 8 Q — R 8; e — R 2 QQ + R 8 Q + R 8. Et quei del secõdo sono 1 QQ + 4 Q — 8; & — 1 QQ — 4 Q + 8. nè queste cose sono sofistiche, è da me inuentate, ma vere, e reali à chi ne farà la proua.

Altri due quadrinomij giudicati senza lato dell'Autor dell'Analisi, e non è vero, perche ciascuno ne ha due.

Et accioche si vada notando in parte, quanto pretendo dimostrare dell' impossibiltà del potersene dare rego-

gole generali di simili estrazzioni, osseruisi, che si è detto la radice del quadrinomio essere trinonrio, percioche trouaremo appresso, che ancora il quinquinomio, e sestinomio hãno per lato vn trinomio. Et questa è la causa, che da quì auanti non porrò la regola di estrarre le radici da gli altri moltinomij, conforme feci del trinomio, perche stimo sia impossibile farlo con regola generale.

Si discorre del Quinquinomio

Hauendo detto alcuna cosa del quadrinomio, ce ne passaremo al quinquinomio, e di lui sentiremo quello, ne scriue il Sig: Mag. alla carta 34; riga 19; doue si legge.

" 9QQ+12C+34Q+20N+25. *Questo num. è rationale,*
" *perche è composto di* 100, *che è num. rationale, il cui lato è* 10: *è*
" *rationale, perche puntato resta vn num. nell'vltimo, & ha an-*
" *co la terza condizione, che hauendo tre punti, che dinotano tre*
" *figure è quinquinomio:*

Stante le quali terminazioni, ò regole, segue, che qualunque quinquinomio, del quale il composto de numeri fusse numero quadrato necessariamente habbia lato; percioche vien ad hauer tutte l'altre condizioni, cioè riceuerà trè punti, e riceuendo tre punti, è quinquinomio; siche quando ancor questi particolari si mostraranno meno militare nel quinquinomio, e che tanto la somma de numeri, che sia quadra, quanto i punti non habbino che fare, essendo accidenti, e che la causa efficiente è l'ordine logistico, cioè l'ordine delle dignità, & il + ò −; alli quali si deue hauere riguardo; sicuramente quelli, che forse sin'ad hora hanno tali regole tenute per buone, e generali, da quì auanti le studiaranno vn poco meglio, prima di seruirsene.

Et

Et per mostrar, quanto pretendo (lasciando da parte molte cose, che si potrebbono dire, circa al posporre le dignità nel medesimo quinquinomio) domãdo à lei; Sig. Mag. se questo quinquinomio 4QCC + 16QQC + 112QQ + 128N + 64. hà radice quadra, ò nò? Per grazia pensi bene à ciò, che deue risponde re, perche in ogni caso stimo, sia contro di lei. Se dirà, che non ha lato, contradirà à se stessa, perche hà tutte tre le sue cõdizioni, essendo l'aggregato de i numeri 324; che è numero quadrato, riceue trè punti, & è quinquinomio, e per conseguenza deue essere quadrato, & hauer lato per li sopranotati suoi precetti. Se dice, che sia quadrato, quale è la causa, che nõ se ne può pigliar il lato, ò radice secondo la regola, ch'essa insegna à carte 41; riga 17; si come prouerassi, quando arriuaremo in quel luogo?

Quinquinomio, che ha due radici, e ciascheduna è vn altro quinquinomio, douendo secondo l'Analisi esser trinomio.

Non vorrei, che mi rispondesse di non potersi, per essere fatto apposta (conforme alla risposta da lei fatta ad vn Gentil'huomo amico mio, che glielo propose domãdandole la medesima cosa), e che molti quinquinomi, ancorche habbiano tutte le sue condizioni per esser fatti apposta, la regola non riesce, perche tale risposta non sarebbe à proposito, essendoche quãdo ad alcuno per accidente in soluzione di qualche quesito venisse il proposto quinquinomio (ò li seguenti), e ricorresse alla sua Analisi per saper il modo di pigliarne la radice, come ha da conoscere, se sia fatto apposta?

Ritorniamo al nostro proposito, e risponda il Sig. Mag. quello, che gli piace. Dico, che il suddetto quinquinomio è quadrato, non perche hà le condizioni, che

vuole l'Analisi, essendo che secondo esse la sua radice douerebbe essere vn trinomio, ma il dato di sopra ha due lati, e ciascheduno è vn altro quinquinomio, nè questo che dico paia sogno, perche così è in fatti, e li suoi lati vno è 2QQ+4C—4Q+8N+8; e l'altro è —2QQ—4C+4Q—8N—8; nè credo, che niuno mai, leggendo l'Analisi, trouarà la regola di cauar il lato da vn quinquinomio, e che sia vn altro quinquinomio, e pur si può, e non solo può essere quinquinomio, ma quadrinomio, e trinomio, come appresso mostrarò, e seruirammi per confermazione di quanto pretēdo di mostrare dell'impossibilità di darne regole generali di simili estrazzioni, poiche nō solo variano nel numero i loro lati, ma di più ne hanno due, come si può veder da questo altro quinquinomio; 1QCC—8QQC+80QC—128C+64Q; le cui radici sono quadrinomij, la prima 1QQ—4C—8Q+8N; e la seconda —1QQ+4C+8Q—8N.

lati del sudetto Quinquinomio.

Quinquinomio che ha due radici, e ciascuna e vn Quadrinomio.

L'altro quinquinomio è 2QQ—8C+16Q—16N+8; e le sue radici sono trinomij, la prima ℞2QQ—℞8Q+℞8; e la secōda —℞2QQ+℞8Q—℞8, (Hora stāte queste ambiguità se sarà proposto vn quinquinomio chi mai potrà dar regola tanto generale, che distingua, quando il suo lato sia quinquinomio, quadrinomio, ò trinomio?) lascio di farne le proue con le moltiplicazioni, tanto per leuar la fatica allo Stampatore, quāto per esser cosa facile à farlo ciascuno da se, oltre che io parlo con persone, che siano talmente intelligenti di questa facoltà, che possino esser giudici trà il Signor Maghetti, e me.

Altro quinquinomio che ha per lato due trinomij.

In

Inoltre scriue à carte 36. riga 4.

» *Ma non hauendo sin hora, che io sappia trattato alcuna persona* L'Autor dell' Analisi si fa inuentore di simili estrattioni.
» *de simili estrattioni di radici da numeri con dignità, hò voluto*
» *trattarne io.*

Il che se sia, ò non sia vero, da quello, si dirà appresso, si potrà vedere, se altri prima di lui se ne auuiddero, e lasciarono di trattarne, ò nò.

Segue poi poco più sotto, cioè alla riga 11. pur in sua lode così:

» *Oltre, che io sarò stato il primo motore, ch'habbia pensato, &* L'autor sudetto si loda per inuentore di cosa nuoua.
» *applicato, & estratte simili sorti di radici. Aggiungo in oltre*
» *vn altro modo, da me inuentato alcuni anni sono, più facile, e*
» *più breue del passato, e fondato, e cauato dalla compositione.*

Del che lasciato à parte, se sia, ò nò sia stato il primo motore, mi piace, che esaminiamo, e che prouiamo questa inuēzione in vn quinquinomio, Però ricorriamo alla carta 41; nella quale la pone in pratica pur in vn quinquinomio, incominciando così alla riga 17.

» *Trouiamolo per il nostro modo che è il secondo.*

Et in luogo di quel suo poniamoci il nominato di sopra cioè 4QCC + 16QQC + 112QQ + 128N + 64; che ha le medesime condizioni per appunto, poiche la somma è 324; che è numero quadrato con l'altre circōstanze dette di sopra, &c. Siche resta solo à pigliarne il lato. Puntisi dūque, com'esso dice, il primo, secōdo, e quarto numero, cioè 4QCC; 16QQC; & 128N; e poi cominciandosi da 4QCC. piglisi la sua radice, è 2QQ; questo sarà la prima figura (seguo le sue parole) della radice, quale si dupli, fa 4QQ: per la quale partito 16QQC; dou'è il secōdo pūto, nè viene per la secōda figura + 4C; e per formar la terza figura, si dupli 4C seconda figura, fa 8C; e per questa si parta 128N; doue

è il terzo punto. Hora quì lo voglio, perche 128N. non possono diuidersi per 8C; che dunque faremo di questa inuenzione? lascio, che ne sia giudice l'Autoro di essa. In tanto passiamo al sestinomio.

Si tratta del sestinomio.

Del sestinomio nell'Analisi nõ si pongono precetti, perche dal suo Autore è stato stimato impossibile (come dicemmo), che possi hauer lato; onde breuemente proponendone per hora trè, mostraremo, che nõ solo, come gli altri hanno radice, ma di più, che tal radice può essere quinquinomio, quadrinomio, e trinomio. Il primo dunque di tali sestinomij è 25QCC + 40QQC + 56CC + 112QC − 128N + 64; che ha per lato questo quinquinomio 5QQ + 4C + 4Q + 8N − 8. Il secondo è 1CC + 8QC − 48C + 128Q − 128N + 64; che hà per lato vn quadrinomio tale, 1C + 4Q − 8N + 8. Et il terzo è questo, 1CC + 4QQ + 4C + 4Q + 8N + 4; il lato del quale è vn trinomio, cioè 1C + 2N + 2. Il simile si potrebbe dimostrare ne gli altri moltinomij pari, ò impari, che siano, i quali tutti possono hauer radice quadra, l'vna diuersa dall'altra, come si è detto del quinto, e sestinomio, che lascio per breuità, e per dir qualche cosa de i moltinomij cubi.

Sestinomio che ha per lato vn quinquinomio.

Secondo sestinomio che ha per lato vn Quadrinomio

Terzo sestinomio che ha per lato vn trinomio.

[illegible]

Prima di apportarne qualche cosa, che paia insolita, sentiamo che ne scriue il Sig. Mag. à car. 53, riga 11.

Si discorre della radice cuba de i moltinomij.

„ *Auanti si venga all'estrattioni di R.C. è necessario prima conoscere, se tal numero è rationale, cioè se ha num. che moltiplicato*
„ *in se stesso cubicamente faccia precisamente quel num. secondo*
„ *di quanti numeri, ò figure è composto.*

Dal che si caua, che ottimamente (come ne i moltinomij quadrati) ha osseruato esser necessario conoscer

pri-

prima, se il proposto moltinomio ha lato cubo, ò sia razionale, per lo che fare pone appresso queste regole.

Precetti posti nell'Analisi per conoscer quando un moltinomio ha lato cubo.

Se è numero rationale prima la somma de numeri (si è fatto tutto di num. rationali) è num. cubo, cioè, che ha lato cubo, & è il cubato de numeri, che fanno il lato da trouarsi, secoda à pũtarlo a mano manca dua si, e poi dua nò, e poi uno sì, e dua nò, bisogna, che nel fine restino dua numeri senza punti, & incominciandosi à mano dritta verso mano manca uno sì, e dua nò cascа l'ultimo punto nell'ultimo numero; terzo se ha dua numeri, ò figure è composto di quattro numeri.

Se di 3. figure ha 7. numeri, e così si vanno auuanzando sempre di 3. quant'è l'esponente della dignità, che è C.

Siche nè pur quì ha fatto mẽzione delle dignità nell'ordine della logistica, nè del + ò —; e solo ha tenuto cõto del numero, che sia cubo; e de i punti. Secõdo dice chiaramente, e schiettamente, che se il moltinomio cubo è fatto da due figure, è quadrinomio, se da trè, è settinomio, se da 4; è decinomio, e così auanzandosi per 3. D'onde segue conuersamente, che il quinquinomio 6. 8. 9; e 12 nomio non possino hauer lato, non essendo di quei, che cadono nella progressione del Signor Mag; onde sarà bene, che mostriamo l'vna, e l'altra cosa al contrario.

Conseguenze che si cauano da i dati precetti dell'Analisi.

Et lasciato da parte il proporre quadrinomij, settinomij, decinomij, &c; che hanno tutte le cõdizioni, che esso vuole, quali non hauerebbono lato cubo, pigliamo questo trinomio, che sarà facile à cubarlo, cioè, 1Q + 1N — 1; e che osseruiamo, se il suo cubo è settinomio, ò pure quinquinomio: lo cubi essa, Sig. Mag. che trouarà 1CC + 3QC — 5C + 3N — 1; adũque il quinquinomio escluso dalle sue regole pur ha lato cubo. Ma prima d'andar più oltre, noti per grazia, quanto im-

Trinomio che cubato fa Quinquinomio.

Trinomio che cubato fa vn Noninomio.

importino le dignità. Ella ha veduto, che à cubare 1Q + 1N − 1. ha fatto vn quinquinomio, lasciamo hora al medesimo i numeri, e li +, è −. come stanno, e solamente mutiamo il Q. in C; starà così; 1C + 1N − 1; e dopò cubiamolo di quanti nomi crede ella, che sia il suo cubo? certamente secondo lei douerebbe far vn settinomio (non credo però, lo dirà più da qui auãti, per hauer veduto, che poco fa il cubo d'vn altro trinomio era vn quinquinomio), e nõ è vero, percioche fa 1CC + 3QQC − 3CC + 3QC − 6QQ + 4C − 3Q + 3N − 1; che è noninomio; adunque il noninomio da lei escluso pur ha lato, anzi quello, che più importa è, che con mutar solo il Q. in C. è cresciuto da 5. à 9. nomi.

Aguzziamo per grazia vn poco più l'intelletto, e mutiamogli di nuouo vna sola dignità, cioè il C. in QQ; lasciando tanto li numeri, quanto li +. e −; come prima; che stia così; 1QQ + 1N − 1; e dopò cubiamolo; osseruisi, che cosa farà? trouarassi, che fa vn decinomio: dal che si noti, quanto importi il conturbar l'ordine logistico, e mutar il + in −, e si veda, che il decinomio ha per lato vn trinomio, che douerebbe esser quadrinomio secondo l'Analisi. Come dunque possono accordarsi queste cose con le regole in quella descritte?

Penso che questo solo proposto trinomio variato nella sola dignità, bastarebbe à far conoscere di quanta necessità fusse il far menzione delle dignità, e del +, e − più, che d'altra cosa, come dicemmo altroue de i moltinomij quadrati: nondimeno per maggior confermazione dell'ammirabili proprietà, & occulte stra

ua-

uaganze de numeri (benche non tali à chi di essi ha notizia), voglio proporre diuersi moltinomij, che li cubino con loro commodità, & ammirino, quanto grande sia stato l'animo del Sig. Mag. in voler dare di essi regole generali, che se veramẽte hauesse accertato, nõ hauerebbe accresciuta di poco questa facoltà.

Dico dunque, che à cubare questo quadrinomio, 1 C -- 1 Q -- 1 N -- 1; fa vn ottonomio. Et à cubar pur vn quadrinomio, così; 1 QC + 1 C + 1 N + 1; fa vn 14 nomio. Et il medesimo quadrinomio mutato nella sola dignità di QC. in QQC; cioè 1 QQC + 1 C + 1 N + 1; e cubato fa vn 17 nomio. Ilche si noti, e poi si cubi questo quinquinomio; 1 QQ + 2 C + 4 Q + 2 N + 1; perche douendo far più di 17. nomi, si trouarà, che fa vn 11 nomio. Sichè conuersamente vn 17 nomio ha per lato vn quadrinomio, & vn 11 nomio ha per lato vn quinquinomio (intendo però lati cubi), che si vede il più gran nome hauer meno lato, e quello che ancora fa per noi è, che niuno di essi moltinomij cubi cade nella progressione del Sig. Mag. Conosca per tanto quindi il lettore, se sia possibile à dare regola certa, & vniuersale per pigliar il lato cubo da simili moltinomij.

Quadrinomio che cubato fa ottonomio.

Secondo Quadrinomio che cubato fa vn 14 nomio.

Terzo Quadrinomio il quale cubato fa vn 17 nomio.

Quinquinomio, che cubato fa vn vndicinomio.

Prima di venir a i moltinomij quadroquadrati, stimo nõ superfluo il notar, come di passaggio, quanto il Sig. Mag. scriue à car. 54. riga 7, oltre quello, che si è notato alla carta 36; acciochè da quel, che si è detto, e da quello, che si andarà dicendo di simili inuenzioni, più facilmente si possa conoscere, se sia stato cõueneuole, che si sia trouato chi l'habbia con giusta bilancia pesa-

L'autor dell'Analisi dice di non saper da chi siano stati insegnati i modi di cauar le radici da i moltinomij.

fare. Scriue egli dunque così.

„ *E s'auuertano, che io non sò, che da altri siano stati insegnati, e*
„ *così mi confermano i primi professori di queste scienze.*

Mentr'ella, Sig. Mag. scriue queste cose nell'Analisi bisogna, che ciò le fusse affermato prima, che si stampasse; onde non è merauiglia, perche hauendo ella per auuentura scritto ad alcuno della professione, e datole conto di ciò, che hauea nell'animo di fare con regole generalissime, e forse ancora mostratole il modo in alcuno esempio senza dubbio, che supponédo tal generalità per vera, haueranno affermato, che niun'altro ciò habbia fatto generalmente, non però (credo) haueran detto, che di tali estrazzioni non si siano accorti ancora tutti gli altri Autori, & veramente che quando tal generalità fusse vera nell'Analisi, sarei io il primo à sottoscriuermi all'istessa loro affermatiua, ma al presente che il tutto è palese, non sò se diranno come prima.

Si pone per cosa nuoua nell'Analisi, che la radice cuba di ℞125. sia ℞5. &c.

Credo però, che ella non habbia hauuto pensiero, nè di parlar con gente della professione, perche se ciò hauesse supposto, al sicuro non gli hauerebbe data anco per nuoua la regola posta à carte 60, riga 3. có dire che la radice cuba di ℞Q.125. sia ℞Q.5; e che la ℞C. di ℞Q.8; sia ℞Q2, ma hauerebbe scritto ciò, che ha scritto alla buona, senza farsene autore, lasciádone ad altri il giudizio; e se non fusse per interrompere l'ordine, le apportarei vna dozzina di Autori, che ò l'insegnano, ò lo suppongono, contentandomi solo per hora il dirle, che vegga in due Autori, ch'ella di già si troua hauere, mentre le cita, cioè nel Clauio cap. 17; carte 79; e

nel

nel Peletario car. 40 A. e B. e più chiaro a car. 50 A. riga 21. che di ciò dicono. In tanto torniamo alle QQ.

Intesa che si è l'ambiguità de i moltinomij cubi, diremo de' quadriquadrati, de' quali il Sig. Mag. mette i precetti à carte 64. da conoscere, quando siano tali, e se sia possibile di essi poterne pigliar il lato quadroquadrato: i quali precetti essendo al solito fondati sopra l'istesso fondamento della semplice osseruazione in vn binomio, ò trinomio ridotto à quadroquadrato, patono l'istessi inconuenienti de' quadrati, e cubi; che però lasciando di registrarli tutti trè, notarò solo l'vltimo alla riga 16. che è tale: De i moltinomij quadriquadrati.

" *Terzo se harà due figure bisogna, che sia quinquinomio, se n'harà 3. sia noninomio, e così auanzandosi 4 quant'è l'esponente di QQ.* Precetto del l'Analisi per il lato quadroquadrato.

Et questo solo esaminaremo alla grossa, per esser cosa chiara, nè tanto sottile, che ci bisogni aiuto d'altri Autori. Di già si caua dalle sue parole, Sig. Mag. che quei moltinomij, che non sono nella progressione 5. 9. 13. 17. &c. non possono hauere radice quadraquadrata, perche non si auanzano per 4. esponente di QQ. Onde puntandosi, conforme al primo precetto, non verebbono i punti à proposito. Il che tenga ben à mente, e stante questo, se noi pigliassimo vn 15 nomio, vn 14 nomio, & vn 12 nomio, hauerebbono forse eglino lato quadroquadrato? credo, che non lo douerebbono hauere, perche niuno è de' numeri della progressione di V. S. e pur si troua, che l'hanno, e tanto del 15. quanto del 14. & 12 nomio ciascheduno è vn trinomio, e se non lo crede, riduca questo trinomio 1C + 1N + 1 à quadroquadrato, che trouarà fare vn Trinomio, che ridotto à quadroquadrato fa vn dodicinomio.

Secondo Trinomio, che quadroquadrato fa vn quattordicinomio.

Terzo Trinomio che quadroquadrato fa vn 15 nomio.

12 nomio (pongo numeri facili per leuargli l'occasione di dire, che io sia andato trouando apposta numeri strani, per far venire la cosa à mio modo) e mutando il C. in QQ. cioè, che il trinomio stia così, 1 QQ. + 1 N + 1, farà vn 14 nomio; e di nuouo mutãdo il QQ. in QC, lasciando gli altri, farà vn 15 nomio; e secondo lei à quadroquadrare vn trinomio douerebbe far vn nouinomio solamente.

Quadrinomio che ridotto à quadroquadrato secõdo l'Analisi douerebbe far vn tredicinomio, e fa vn 24 nomio.

Et in oltre, se si riducesse questo quadrinomio 1 QQC. + 1 C. + 1 N + 1. à quadroquadrato, secondo il parer suo, douerebbe far vn 13 nomio, e trouasi, che fa vn 24 nomio; e conuersamente tutti li suddetti moltinomij, non cadendo nella progressione, non douerebbono hauer lato; nè meno si potrebbe pigliar in modo veruno per le sue regole; poiche se si puntassero, com'ella vuole, non ci sarebbono le condizioni prescritte nell'Analisi, ò pure ci verrebbono punti più, che non sono le figure del suo vero lato. Siche la conseguenza la farà ella nel testo senza che io dichi altro.

Si parla de i moltinomij quadrati cubi.

Passiamocene alla carta 68. dell'Analisi, nella quale trouaremo similmente i precetti per saper cauare la radice quadracuba da i moltinomij: e lasciato da parte due precetti, come di nõ tanta importanza per il nostro proposito, ò dipendenti da questo, ponderaremo solamente il primo posto nella terza riga con queste parole.

Primo precetto dato nell'Analisi per conoscere quando vn moltinomio habbia lato quadrato cubo.

» *I numeri rationali cioè, che hanno lato QC, che hanno due figu-*
» *re non possono essere nè più nè meno di 6. numeri, di 3. figure, di*
» *11 numeri, e così crescendo 5. esponente di QC.*

Delle quali notaremo quella particola (*non possono essere nè più, nè meno*), perche non dinota cosa dubia, ma

ma essendo detto affermatiuamente, dimostra, che l'Autore molto bene ci pensò, quãdo ciò disse, e che ne hauesse molta esperienza. Siche non douerebbe esser altrimenti. Io però non hò trouato così, anzi tutto il contrario, imperoche non appagandomi facilmente le sole parole dette da chi si sia in questo proposito, son venuto à i fatti, & hò prouato, e trouato nõ esser vero, trouandosi trinomij, che ridotti à QC, fanno più, e meno di 11 nomio, i quali non osseruano punto la progressione di 6.11.16.21.26, &c. conforme ella ordina, Sig. mio, (eccetto quando sono in ordino logistico; & affermati, del che nell'Analisi non si fa caso), e che sia il vero, se riduce questo trinomio 2Q + 2N — 1. a quadro cubo, trouarà, che nõ fa altrimenti vn 11 nomio, ma noninomio, che è meno. E se li 2Q. si mutano in 2C, e si muta ancora il — in +, e dopò si riduce à quadrocubo, farà vn 15 nomio, che è maggiore di 11; E mutãdosi di nuouo li 2C. in 2QQ; il suo quadro cubo sarebbe 18 nomio; e più se si mutasse in 2QC; sarebbe 20 nomio; e finalmẽte li 2QC. mutati in 2CC. lasciando sempre il resto come si troua sarebbe 21 nomio. Siche vn trinomio quadrato cubo fa più, e meno di 11 nomij. Lascio le strauagãze, che sarebbe vn quadrinomio, per esempio questo: 2QQC + 2C + 2N + 1; perche douendo (secõdo lei) fare vn 16 nomio, fa vn 31 nomio, ed io le domãdo, in che maniera per i suoi precetti, e regole, da vno de moltinomij fatto da i suddetti trinomij, ò dal quadrinomio, sarebbe possibile pigliarne la radice QC. con le regole dell'Analisi?

Trinomio che ridotto a Quadrocubo fa vn 9 nomio.

E mutãdogli vna dignità farà 15 nomio.

E di nuouo mutãdogli vna dignità farà 18 nõmio.

E più mutandogliela di nuouo farà 20 nomio.

E finalmente cõ mutarglie la vn altra volta, e dopò ridotto, à quadrato cubo farà 21 nomio.

Quadrinomio il quale ridotto a quadrocubo fa vn 31 nomio.

Ne resta à ponderare la regola, per estrar la radice cubacuba da i moltinomij, quando però l'hanno, ilche per conoscerlo, legganſi li tre precetti al ſolito poſti à carte 69. Il primo de' quali è il ſeguente (laſciando gli altri due):

Si diſcorre de i moltinomij cubicubi.

Primo precetto poſto nell' Analiſi per conoſcer quando vn moltinomio ſia cubocubo.

„ *Hauendo queſto ſettinomio dua punti è compoſto di 2. figure, è*
„ *rationale, perche è di 7 numeri di quanti vuol eſſere vn compo-*
„ *ſto di dua figure, come ſe n'haueſſe 3. ſaria di 13, e così cre-*
„ *ſcendo 6 quant' è l'eſponente di CC.*

Et notiſi, che ancor quiui pone la progreſſione 7. 13. 19. 25, &c. (la quale aſcende per 6. eſponente di CC.), che deuono hauer li moltinomij, per potere hauer lato cubocubo; poiche puntādoſi al modo ſuo, non eſſendo i nomi del moltinomio della progreſſione, non ci verebbono le condizioni, ch'eſſo ricerca; Siche ſe trouaſſimo qualche trinomio, ò quadrinomio non fatto altrimēti à poſta, mà naturale, come ne' paſſati diſcorſi s'è veduto, i quali ridotti à cubicubi faceſſero qualche moltinomio, che non è nella detta progreſſione, che coſa direbbono gli affezzionati al Sig. Maghetti?

Ecco quì vn trinomio molto facile à cubocubarſi 1C ✝ 1N ✝ 1; che ridotto à cubocubo, fa vn 18 nomio. Et il C. mutato in QQ; e doppo cubocubato, fà vn 22nomio. E di più mutato il QQ. in QC; farà 25 nomio. E di nuouo il QC. creſciuto à CC; farà vn 27 nomio. E finalmente mutādoſi il CC. in QQC; e poi cubocubato, farà vn 28 nomio. E notiſi, che niuno dal 25 nomio in poi cade nella ſuddetta progreſſione, del quale ſe pure ſi voleſſe pigliar il lato cubocubo, ſecondo le regole dell'Analiſi, riceuerebbe cinque punti, e però di cinque nomi douerebbe eſſer il ſuo lato, e ſi è

Trinomio, che cubocubato fa vn 18 nomio. al quale ſe ſi anderà mutando vna dignità farà vn 22. 25. 27 & vn 28. nomio.

ve-

veduto, che non è altro, che di trè.

Non sia chi si marauigli, perche non pongo quì i moltinomij, che sarebbono li cubicubi di detti trinomij con l'operazione distesa, perciòche sarebbono troppo lunghi, e non si potrebbono stampar in vna sola riga, doue meno capirebbe il cubocubo di questo quadrinomio 1QQC ✝ 1C ✝ 1N ✝ 1; perche sarebbe vn 38 nomio, e douerebbe fare secondo il Signor Mag. vn 19 nomio, che è appunto la metà meno.

Quadrinomio che cubucubato fa vn 38 nomio douédo far secondo l'Analisi vn 19 nomio.

Tutti i suddetti inconuenienti non sarebbono occorsi al Sig. Mag, quando hauesse fatta qualche osseruazione nel quadrare, cubare, &c. qualche quantità, non contentandosi di porre le dignità ordinate, come sarebbe N.Q.C.QC.&c; & affermate, cioè tutte ✝; ma porre anco dignità senza tal'ordine, & anco negatiue, cioè —. con mutar il numero, il quale pur troppo ha che fare nel quadrare, cubare, &c. vna quantità, come si è detto, e veduto auanti: e così ben presto si sarebbe accorto de' varij ordini, e mutazioni de' prodotti, nè sarebbe corso in fretta à determinar per regole generali le cose ambigue, delle quali non può venirsi à capo, nè si può hauer certa notizia, come si vorrebbe. Ouero hauendo egli fatto tali osseruazioni nelle quãtità ordinate, douea parlar di esse solamente, non mischiare ogni cosa insieme, come appresso dirassi.

Sò che alcuni adherenti del Sig. Mag; diranno, Auuertite quanto hauete detto in questo esame in particolare contro dell'Analisi, perche è ancora direttamente contro lo Steuini, & il Gloriosi, poiche questi tali pur dicono, ò suppongono le medesime cose, cioè pongono

Obiezzione all'Autore dell'opera.

no

no l'isteſſe progreſſioni, e ſimilmente eſcludono il quadrinomio dal poter hauer lato cõ gli altri numeri pari, &c. eſſendo che lo Steuini quadrando vn binomio à car. 232; fa vn trinomio, & il quadrato del trinomio, dice eſſer quinquinomio, &c; e cubando vn binomio à carte 234; dice, che fa vn quadrinomio; e così de gli altri, che ſi vedono manifeſtamẽte le progreſſioni dell'Analiſi. Et il Glorioſi dice chiaramente à carte 130. della 3. Deca, ſcolio 12; che li numeri pari, come il 4. 6. 8. 10. nomio, &c. non poſſono hauer lato quadrato. Et à car. 143. ancor eſſo dice, che la regola è vniuerſale, & vnica per li razionali, & irrazionali, e miſti, e con tutto ciò alle volte nõ riuſcendo; à coſtoro, toccarà il difenderſi da quanto hauete detto in contrario dell'Analiſi.

Riſpoſta dell' Autore.

A quei che ciò diceſſero la riſpoſta ſarebbe pronta, dicẽdogl' io, che direttamente contro le nuoue opinioni dell'Analiſi io ſcriuo, non altrimenti contro li ſuddetti, ne i ſcritti de' quali non ſi troua da dir vn iota, pertioche hanno talmente condizionate le loro regole, che ben ſi vede eſſer ſtati più prudenti di alcun altro; ma accioche chi legge habbia la douuta ſodisfazione ſenza andar à vedere i luoghi citati da quei, che mi voleſſero opporre, apportarò qui alcuna coſa di queſti due Autori, in modo, che ben ſi accorgeranno quãto quadri bene contra le nouità dell'Analiſi ciò che hò detto, non contra il Glorioſi, e lo Steuini.

Queſt'vltimo dunque quãdo quadra vn binomio, vn trinomio, &c; e dice, che fa vn trinomio, quinquinomio, &c. pone le quantità ordinate, e tutte affermate, & in

ol-

oltre, quando poi vuol pigliar il lato, sempre vi pone questa condizione (per esempio nel trinomio)

» *Si le trinomie donnè tient racine comme nous cherchons, elle se-*
» *ra seulement binomie, &c.*

Dicendo se la quātità data, ò trinomio hauerà lato, quello sarà, &c. senz'altra circostāza, perche se l'hà, sarà facile à trouarsi ne gli affermati, e che hanno l'ordine logistico, hauendo esso quadrato quantità ordinate tali: Ma quando poi non hà osseruato tal ordine nel quadrar vn trinomio (per hauer poste le quantità parte affermate, e parte negate), subito auuidesi egli, che poteua venirne vn quadrinomio, poiche à carte 237. esempio 3. propone di pigliarne il lato dicendo:

» *Explication du donnè. Soit donnè quadrinomie algebraique*
» *64 QQ + 64 C − 8 N + 1. Explication du requis. Il faut trou-*
» *ver sa racine quarrèe.*

Steuini propone vn Quadrinomio per cauarne la radice.

E poi alla carta 238. và dichiarando le combinazioni, che può hauer la radice di vn quadrinomio per non essere tutti li nomi affermati, con molte altre degne considerazioni. Siche si auuidde, che il quadrinomio poteua hauere radice. E più alla medesima carta passa oltre, e parla del quinquinomio, mostrādo di molto bene essersi accorto, quante radici può hauer quel quinquinomio, che non osserua l'ordine logistico, e perche sono considerazioni non osseruate da quelli, che prendono la desensione dell'Analisi, mi piace registrarle, accioche qui l'imparino, se non hāno il sudetto Autore.

» *Quant au quinomie, sa racine quarrèe peut estre ou trinomie,*
» *ou quadrinomie, ou quinomie; à sçavoir trinomie, si tous les noms*
» *fussent +; quadrinomie, ou quinomie, s'il y eust vn ou deux*
» *noms auec −; & si la racine fust quadrinomie, elle se pourra*

Steuini scriue molto cautelato per nō errare.

ren-

„ *rencontrer (il est vray que l'operation, est selon la precedente 4 reigle, en toutes la mesme, mais au respect de la disposition du + ou —, en 12 differences: car quinomie donnè, comme + — + + +, pourra avoir racines — + — —, ou + — — —, ou + — + +, ou — + + +, toutes lesquelles differences nous pourrions descrire, mais celuy qui entendra les antecedens, facilement verra l'infini progrès d'icelles:*

Dalle quali parole possono notare, se lo Steuini habbia scritto cõditionato, e quãto bene si sia auueduto dell'infinito progresso, che farebbono le quãtità senza ordine logistico ridotti à quadrati, à cubi, &c. per lo che nõ ha egli voluto passar più oltre, nè à più gran dignità di quadrati, e cubi, ne i quali nõ passa il quinquinomio, nè meno pone di tali moltinomij regole generali, per non vscir di strada, & esser tacciato per imprudente, per non dir temerario; che per questo io non hò che dire contra lo Steuini.

Se osseruiamo poi, che cosa di ciò scriue il Gloriosi, trouaremo medesimamẽte, che sempre hà osseruato tal ordine logistico, & affermatiuo, e dello scolio 12. à carte 130. della 3. Deca apportato da gli auuersarij, voglio registrarne parte, per mostrar, che più tosto è contro lor medesimi, che in lor fauore.

Il Gloriosi dice che i moltinomij di numero paro nõ possono hauer legitima radice. ma con vna certa conditione.

„ *Multinomia Algebrica,* (dic'egli) *quæ à numero pari denominantur, legitima radice carent, veluti sunt Binomium, quadrinomium, sextinomium, & reliqua huius generis, &c.*

Imperoche dalla particola (*legitima radice carent*) si caua, che ancora tali numeri pari la possono hauere, ma non legitima, cioè, che non osserua l'ordine logistico, & ancorche vengano esclusi, pur dimostra, che possono hauerla. Siche il Gloriosi ha condita tal sua determinazione con quella condizione che manca

nel-

nell'Analisi l'Autore, della quale à carte 39, riga 21. scriue così:

„ *Benche la regola dell'estrattione sia l'istessa tanto de numeri rationali, quanto degli irrationali, e tanto con tutti i segni +, quanto con i segni *, e — &c.*

Doue si vede hauer egli fatto vn mescuglio, e fatto (come dice il prouerbio) d'ogni herba fascio, senza hauer tenuto conto nè di ordine, nè di irrazionalità, nè di + ò —; come se tutte fussero l'istessa cosa, senz'alcuna differenza trà di loro. E se il Gloriosi dice ancor egli à carte 14, scolio 3, che la regola è vnica, & vniuersale per li razionali, & irrazionali, e per qualsiuoglia molsinomio, nondimeno la condiscel con vn:

„ *Supponimus tamen Multinomium ipsum, ex quo radix elicienda est, ordinatum esse secundum simplicem logisticam, vt iam monuimus scholio antecedente.*

Che fa distinguere il possibile dall'impossibile, e quādo non riesce, auuiene, perche non vi è tal ordine. Che per lo contrario il Sig. Mag. a car. 69, riga 12, con dire:

„ *E questo s'auuerta in questo loco, che la somma de numeri tanto rationali, quanto irrationali, quanto di questi composto è il quadrato de i numeri del lato nelle R.Q. & il cubato nelle R.C. e così dell'altre.*

Mostra, che facendo conto solo della somma de numeri, che sia ò quadra, ò cuba, &c. crede quella essere regola vniuersale, senz'altra eccezzione.

Hora venghiamo à gli Autori, i quali si auuiddero della necessità di simili estrazzioni, e che lasciarono di trattarne, per non imbarcarsi in vn pelago immenso, & insieme notisi, se sia pēsiero caduto nell'animo al Sig. Mag. solamente, e però inuentore di esso; sentiamo

L'Autore dell'Analisi stima, che la regola per cauar la radce dai moltinomij sia vnica, tanto per li logistici, quanto per quelli che non sono tali.

Suppositione del Gloriosi, che fa conoscer quando da qualsiuoglia moltinomio si possa pigliar il lato

Altro mescuglio dell'Analisi.

S'incomincia a mostrar chi prima del Maghetti si sia auueduto, e sapnto la necessità ch'era nell'Algebra del saper cauar il lato dai moltinomij.

Fra Luca, se si auuidde del bisogno di tali estrazzioni, le sue precise parole sono queste; à carte 44 A; riga 25. (metto ancora la riga acciòche chi legge, non habbia fastidio d'andar cercando tutta la carta; ma volendo veder negli Autori quanto dico, possa in vn subito trouar il luogo).

Quello che di cio dice Fra Luca.

» *Adonca serà 1QQ + 2C + 3Q + 2N + 1. equale à 81601. mo*
» *tragi la R. de ciascuna parte, le serà 1Q + 1N + 1. equale ala R.*
» *de 81601. adonca, &c.*

Siche fra Luca si rauuidde che occorreua il bisogno di sapere cauare le radici da i moltinomij cō dignità, mentre dice: *mo tragi la R. de ciascuna parte, &c.* nè solo in questo luogo ciò dice, ma in altri, che lascio per breuità.

Cerchiamo nella 6. parte del Tartaglia, à carte 13 B, che ci trouaremo vn capitolo assoluto, doue dice:

Il Tartaglia.

» *Dello inuestigare se dalli estremi delle equazioni si possono pi-*
» *gliar le loro radici.*

Nel qual luogo ne fa vn lungo discorso; adunque pur seppe il Tartaglia, che erano necessarie queste estrazzioni, e per questo, ne disse qualche cosa.

Ricorriamo al Cardano, facciamoci prestar la sua Aritmetica, e leggiamo al cap. 26, che ne dice, che trouaremo scritto così:

Il Cardano.

» *De extractione Radicum in denominationibus.*

Adunque ancora il Cardano scoprì questa necessità, che poteua occorrere di cauar la Radice da moltinomij Algebrici, ò numeri denominati, e di più auuertì, che nel moltinomio cubo bisognaua, che la denominazione fusse della progressione 1. 4. 7. 10. &c. (se bene non è vera detta progressione, eccetto che nelle quantità ordinate, & affermate, come s'è detto) le sue parole

che poi sono queste nel fine del num. 1. del detto c. 26.

" *In cubicis autem oportet ut denominatio sit vna vel quattuor* Cardano pone la progressione che deuono hauere li moltinomij cubi.
" *vel septem vel decem & sic deinceps quo ad species denomina-*
" *tionum.*

Dalche si vede, che mentre scriuea questa cosa, bisognaua pure, che li passasse per la mente, se era, ò non era, cosa nuoua, e farne vn trattato, tanto più, che al cap. 66; al numero 83; risoluendo vn quesito, vien all'equazione tale;

" *Fiunt 1QQ + 2C + 3Q + 2N + 1. equalia 16Q; accipe radi-*
" *cem vtriusque partis & fiet 1Q + 1N + 1. vna alia vero 4N.*

Et al numero 84. dell'istesso cap. scriue medesimamente in tal guisa;

" *Et fient tandem 1QCC + 2QQC + 3CC + 4QC + 5QQ + 4C +*
" *3Q + 2N + 1. equalia 361QQ quare accipe R. vtriusque par-*
" *tis seorsũ & fient 1QQ + 1C + 1Q + 1N + 1. equalia 19Q & c.*

E lasciati da parte gli altri essempij, che esso pone, si consideri, se era cosa nuoua, e non conosciuta da gli Antichi Algebristi questa necessità di pigliar il lato da i moltinomij Algebrici, mentre il Cardano la piglia da vn noninomio.

Andiamo alla carta 301 B; & 302 B. dello Stifelio, nelle quali, esplicando alcuni quesiti del cap. suddetto 66 del Cardano, trouaremo non solamente che scriue.

" *Item 1QQ + 2C + 3Q + 2N + 1. facit Radix quadrata 1Q* Lo Stifelio.
" *+ 1N + 1.*

" *Itẽ 1CC + 2QC + 3QQ + 4C + 3Q + 2N + 1. facit radix qua-*
" *drata 1C + 1Q + 1N + 1. & sic deinceps in infinitum.*

Ma di più ci trouaremo il modo disteso di cauarla da questo quinquinomio 1QQ + 2C + 3Q + 2N + 1.

Adunque lo Stifelio pur egli parlò di Simili estrazzioni, e però non è cosa nuoua, ne inuenzione del S. M.

Se vedremo trà li fogli dello Steuini, oltre al sopradetto, trouarassi qualche altra cosa curiosa, anco à nostro proposito, che io lascio per breuità.

Lo Steuini.

Se cercaremo nel Bombelli tanto pregiato dal Sig. Mag. si trouarà, che in moltissimi luoghi suppone, che si sappia pigliar il lato da vn moltinomio algebrico. Sentiamolo, come lo dice à carte 258. riga 3.

„ *E si hauerà 1Q — 12N + 36. eguale à 47, che preso il lato di*
„ *ambedue le parti si hauerà 1N — 6. eguale à R. Q. 47, &c.*

Bombelli parla in moltissimi luoghi dell'estrazzione delle radici de i moltinomij.

De quali esempi ne pone alla carta 273; 274; 277; 278; 319; & altri molti. Et à carte 319; riga 12. dice in tal guisa per il lato cubo.

„ *E si hauerà 1C — 6Q + 12N — 8. eguale à 12N — 12, e perche*
„ *1C — 6Q + 12N — 8 hà lato cubo, &c.*

Et à carte 626; riga 18. dice pur per il lato cubo così:

„ *Si hauerà 1C + 12Q + 24N + 64. eguale à* $\frac{1}{5}$ *C, piglisi il lato*
„ *cubo di ciascuna parte, &c.*

Adunque il Bombelli non in vno, ma in molti luoghi ne parlò, e conobbe, che spesso occorreuano simili estrazzioni, per il che ne fece vn particolar capitolo à carte 236. Onde non è merauiglia, che il Sig. Mag. tanto del Bombelli studioso hauesse da qui il primo stimolo di trattarne generalmente, vedendo, che non l'hauea fatto il già detto Autore.

Il Cataldi.

E più modernamēte il Cataldi nel trattato dell'Algebra proporzionale à carte 4; & 5; non dice egli così.

„ *Onde alla R. di 42* $\frac{1}{4}$ *che è 6* $\frac{1}{2}$ *, sarà eguale la R. di 1Q + 5N*
„ *+ 6* $\frac{1}{4}$ *qual R. sappiamo essere 1N + 2* $\frac{1}{2}$ *, &c.*

Nel che si noti quel (*sappiamo*), perche dà ad intendere, che sia cosa nota. E nell'Algebra discorsiua à car. 9. ne trouaremo similmente molti esempij simili. Adunque

que il Cataldi pur esso conobbe la necessità di simili estrazzioni.

E finalmente il Gloriosi nella 6. & 7. Esercitazione della 3. Deca, non risponde egli egregiamente a' quesiti di V. Signoria? Ancor egli dunque seppe queste regole prima, che vscisse l'Analisi. Il Gloriosi.

Dubito, che ancor quì alcuno affezzionato al Sig. Mag. non dica: Voi hauete detto assai; ma par'che nulla faccia à proposito nel nostro caso, anzi è tutto contrario à voi medesimo, poiche chiaramente dalle cose insin quì dette cauasi, che tutt'i sopranominati Autori supposero, che si sapesse pigliar il lato da' moltinomij, i quali se ne diedero regola, fu d'alcuni particolari, & ordinati come hauete voi detto, doue che il Sig. Mag. pone le sue regole vniuersali, per tutti i moltinomij, quadri, cubi, quadriquadrati, &c. che però l'honore deuesi à lui solo, non altrui. Obiezzione all'Autore.

Rispondo di rimettermi à gli antecedenti discorsi, se tali sue regole siano, ò non siano vniuersali, che quando fussero, per tale generalità se li potrebbe dar non poco attributo, non per la nouità; ma io stimo, che quādo gli Autori citati scrissero di questa materia breuemente; e senza farne particolar trattato, fu, non perche nō si auuedessero della necessità che era nell'Algebra di tal regola generale di estrazzione, ma perche la conobbero impossibile per l'ambiguità, e per questo la toccarono solamente. Et di tal'ambiguità se ne accorse nel solo trinomio anco il Bombelli. Sētano, com'ei lo dice à carte 263; riga 20. Risposta all'obiezzione.

» *Auertendosi, che nel pigliare il lato d' 1Q — 8N + 16. potrebbe*
» *ancora essere 4 — 1N.*

Il Bombelli si accorge dell'ambiguità nel solo Trinomio.

Ha-

Hauẽdo detto poco più sù, che erà 1N—4. e l'istesso dice à car. 270, e 271. Et il Nonio scriuendo vn particolar cap. de gli errori del Tartaglia, trà l'altre cose, in che lo taccia, è, che non habbia dichiarato nell'Ambiguità, quando vn trinomio hà due radici, & è eguale ad altra quantità, quale di quelle due si debba pigliare. Et le sue parole sono queste à carte 327 A, riga 17.

Il Nonio Taccia il Tartaglia per non essersi bene esplicato quando vn Trinomio ha radice, quale di esse si debba pigliare &c.

„ *Iten, fuera razon, que dixera qual de las raizes auemos de to-*
„ *mar quando el trinomio de dignidades tuuiera dos raizes diffe-*
„ *rentes. Porque este trinomio* 9℥℥ + 16℥ — 24C. *tien dos raizes,*
„ *la vna es* 3℥ — 4N. *y la otra es* 4N — 3℥ *porquanto qualquier*
„ *dellas siendo en si misma multiplicada, haze* 9℥℥ + 16℥ —
„ 24C. *y no era esto cosa para dexar de dezir; porque sin este*
„ *auiso, el capitulo que haze para inuestigar las raizes delos ex-*
„ *tremos dela ygualacion, no tiene fructo.*

Stimando tal capitolo del Tartaglia il Nonio senza frutto, solo, perche non dichiara questo particolare. Et alla carta 326 B, riga 12. pur contro il Tartaglia, scriue vna cosa veramente vera, ma di poca importanza al mio parere, rispetto all'inuenzioni dell'Analisi, e stima il Nonio cosa buona, anzi necessaria, che ne sia auuertito il lettore, accioche non erri, dicendo:

Seconda Taccia del Nonio contro il Tartaglia.

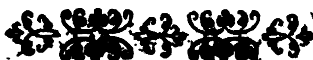
„ *E nel folio* 14. *e nel cap. de como auemos de inquirir, si podre-*
„ *mos tomar las raizes delos extremos de la equacion, aũque escri-*
„ *ue largo, toda via estando en las sus palabras, ligeramente el*
„ *Lector podra caer en yerro, si no estuuiere auisado. Porque di-*
„ *ze, que enel trinomio de dignidades, si los numeros delas dos di-*
„ *gnidades fueren quadrados, y las mismas dignidades tambien*
„ *fueran quadradas, en tal caso podremos tomar la raiz del tal*
„ *trinomio. Mas si en el trinomio viere dos numeros quadrados,*
„ *y las dignidades no fueron quadradas, no podremos tomar la*
„ *raiz del tal trinomio. Pero lo contrario desto prouaremos ser*
„ *possible, porque este trinomio* 9℥℥ + 4℥ + 10. *no tiene raiz qua-*

cr

" *drada puesto que los dos numeros 9. y 4. son quadrados, y las di-*
" *gnidades QQ. y Q. son quadrados, porque QQ. tiene por raiz*
" *al censo, y el censo tien por raiz la cosa, &c.*

Hora se il Nonio nel solo trinomio troua tanto da dire al Tartaglia, che pur poco prima l'istesso Autore lo stima gran maestro d'Abbaco, che hauerebbe detto, se il Tartaglia hauesse trattato de gli altri moltinomij, e non hauesse accertato à quel, che prometteua? al sicuro, che non vn capitolo, mà vn'intiero libro gli hauerebbe scritto contro. E notisi da questo, che mentre il Nonio scriuea queste cose, se hauesse giudicato potersene dar regola certa, e generale, non credo, che hauerebbe lasciato di farlo; massime, che, contradicendo alle regole date dal Tartaglia, e facendole di nuouo, & esplicandole à modo suo, douea porre ancor questa, conoscendo la necessità, che ve n'era nell'Algebra, e pure nol fece; qualche cosa lo trattenne.

Concludasi per tanto di esser stata prudenza, non ignoranza de gli Antichi, come forse stima il Sig. Mag. il non determinare cose incerte sotto regole generali, che però si contentarono darne solo notizia a i studenti, per mostrar loro, che di tali cose di già hebbero cognizione prima del Sig. Mag. Prudẽza, non ignoranza de gli Antichi in lasciar di scriuer di simil estrazzione generalmente.



ESA-

ESAME QVINTO.

Circa al modo, e regola tenuta dal Signor Magbetti in sommare le Radici de' Moltinomij Algebrici.



N questo quinto esame trattaremo, e ponderaremo il modo tenuto dal sudetto Autore in sommare le radici vniuersali, ò legate de i moltinomij con dignità; la quale sua regola, accioche resti più impressa, e sia più stimata dal lettore, gli pone il seguente proemio à car. 72.

Proemio dell'Autor dell'Analisi nella sua inuenzione di sommar le radici de binomij.

„ *Di questa sorte de numeri l'Algoritimo non sò, che altr' Autore*
„ *fino à questi nostri tempi ne habbi trattato, però penso con ogni*
„ *chiarezza farne mentione, e con quella maggior breuità, che*
„ *sia possibile.*

Io non poco mi marauiglio, Sig. Mag. ch'ella dica non saper chi Autore habbia trattato di sommare Radici vniuersali, ò legate: poiche trouo non solo hauerne dato regola generale con molti esempij il Bombelli da lei seguito, ma lo Stifelio, il Clauio, lo Steuini, il Ceulen, il Dibuadio, il Galigai, e più modernamente il Cataldi,

Pertanto cominciamo dal Bombelli, andiamo à car. 114. che vi trouaremo vn particolar capitolo di sommare Radici legate, che per essere al mio proposito, voglio di esso registrar parte, cioè il principio, che è tale.

Regola di sommare le radici de i Binomij del Bombelli.

„ *Lo sommare (dice il detto Autore) di R. Q. legate si può fare*
„ *nelli quattro modi detti nelle semplici quadrate, ma li tre*
„ *modi vltimi sono molto laboriosi in queste sorti di Radici.*
„ *Però bisogna vsare il primo modo, il quale è più commodo, ch'è*
„ *questo. Moltiplicare le due R. Q. legate, che si hanno à som-*

ma-

» *mare l'vna via l'altra; e del prodotto pigliarne il lato, e dop-*
» *piarlo per regola, & al prodotto aggiongere il quadrato di cia-*
» *scuna delle parti, e della somma pigliare il lato, che sarà*
» *quello, che si cerca.*

La qual regola è generalissima in ogni sorte di radici legate, ò sciolte; siano di numeri razionali, ò irrazionali Cossici, inclusi nella parentesi, e se bene il Bombelli non ha parlato, ò fatto menzione d'altro, che de' numeri irrazionali (come ancora gli altri Autori, e potrebbe dir il Sig. Mag. esser differente dalle sue regole, che sono de' numeri con dignità) nondimeno si farà manifesto, che la regola del Bombelli, per esser fondata sopra la 4. del 2. di Euclide, serue per sommare qualsiuoglia numero, & è generalissima ne i Cossici razionali, ò irrazionali, che siano: anzi ardisco dire, che per essersi il Sig. Mag. scostato da questa regola dimostratiua, non è marauiglia che habbia data altra regola dubbiosa molto a chi la volesse seguire, come d'appresso si vedrà.

Ma prima voglio, che vediamo se riesce il Bombelli con le radici legate di dignità; per tanto pigliamo quell'esempio, che il detto Autore pone à car. 116. che è di sommare ℞Q.(8 + ℞Q32) con ℞Q.(8 — ℞Q32) & aggiungiamogli le dignità, cioè poniamo, che si habbia à sommare ℞Q.(8N + ℞Q.32Q) con ℞Q.(8N — ℞Q.32Q), & operiamo, come dice il Bombelli alla detta Car. 116. riga 2.

Si proua la regola del Bombelli con li numeri cossici.

» *Essendo queste due ℞. Q. proposte vna Binomio, e l'altra*
» *il suo Residuo, la somma si può fare, e questa si farà nel pri-*
» *mo modo insegnato nelle quadrate. Moltiplicando l'vna via*
» *l'altra, che fanno ℞. Q. 32 Q. il quale si duplica, fa ℞ Q. 128 Q.*
» *li loro quadrati saranno 8N + ℞ Q. 32 Q. & 8N — ℞ Q. 32 Q.*

L *che*

" *Q. che gionti con* ℞ *Q.* 128 *Q. fanno* 16 *N* + ℞ *Q.* 128 *Q. che pi-*
" *gliatone la* ℞ *Q. legata sarà* ℞ *Q.* (16 *N* + ℞ *Q.* 128 *Q.*) *e tanto è*
" *la somma.*

Della qual somma facciane la proua chi vuole, che la trouarà ottima: si che la regola, com'ho detto, è vniuersalissima, perche è fondata nella 4. proposizione del 2. di Euclide.

Di questa medesima proposizione si serue il Clauio à car. 125. riga 12. doue per sommar due radici vniuersali, scriue:

Regola del Clauio.

" *Vt si addenda sint hae duae radices,* ℞ *Q.* (12 + ℞ *Q.* 6) *&* ℞ *Q.*
" (12 — ℞ *Q.* 6) *ducemus hoc compositum* ℞ *Q.* (12 + ℞ *Q.* 6) + ℞
" *Q.* (12 — ℞ *Q.* 6) *in seipsum, produceturque numerus* 24. + ℞ *Q.*
" 552. *vt supra diximus. Huius ergo radix quadrata, nimi-*
" *rum* ℞ *Q.* (24 + ℞ *Q.* 552) *erit summa duorum radicum proposi-*
" *tarum, &c.*

Onde se a numeri si fussero applicate le dignità, come di sopra si fece, anco la somma sarebbe venuta esquisitamente.

Ceulen opera la medesima regola.

Rodulfo a ceulen con questa medesima regola posta da esso a carte 21. riga 27. non solo somma le radici di questi due Binomij ℞ (2 + ℞ 2) e ℞ (2 — ℞ 2) ma de trinomij ancora.

Stifelio opera come di sopra.

Della istessa si vale lo Stifelio à carte 135. B, con la quale somma l'istessi numeri di sopra adotti del Clauio, che però lascio di registrar le sue parole.

Dibuadio pur fa il medesimo.

Il simile opera il Dibuadio nella prolegomena nel decimo di Euclide; l'esempio del quale non apporto, per essere di numeri rotti molto laborioso.

Cataldi opera altra regola ma pur fa il medesimo.

Et il Cataldi a carte 23. de gli elementi delle quantità irrazionali similmente insegna à sommare simili radici legate de' binomij, e se bene è altra regola pur

fa

fa l'istesso effetto, tanto nelle radici de'numeri ordinarij, quanto nelle radici de numeri Cossici.

Finalmente nel Galigai a car. 87. A; numero 143. trouaremo ancora, che somma due radici di binomij Cossici, dicendo: Nel Galigai pur si troua vn modo di sommare.

" *Ragiugni le 2 ℞Q. di 4Q. & di 7N colle 2 ℞Q. di 4Q. & di 7*
" *N &c.*

Et conclude, che facci tal somma ℞Q. (64Q + 112N,) il quale esempio, benche sia di quantità eguali, cioè tanto nell'vno, quanto nell'altro binomio, ad ogni modo si vede, che pure mentre il Galigai scriuea tal cosa, bisognaua, che li fusse cognito dell'altre quantità simili, non eguali.

Con tutto ciò se il Sig. Mag. persistesse, dicendo che questo vltimo esempio con le dignità è vnico, e degli altri Autori niuno ha parlato di numeri Cossici, e però esser esso il primo inuentore; io persisterò in dire come prima, che la regola è generale per gl'irrazionali, e per li Cossici, & apportarò in mio fauore lo Steuini, il quale à carte 221. della sua Algebra, volendo sommare le radici di due binomij Algebrici, ò Cossici, non fa niuna differenza della regola per quelle delle radici de binomij ordinarij, alla regola per questi, valendosi della regola istessa per gli vni, e per gli altri, come si scorge da questo.

" *Item pour aiouster racines de multinomies algebraiques com-* Lo Steuini dice, che la regola è vniuersale per li numeri irrazionali siano assoluti, ò cossici.
" *mensurables, comme ℞ (3Q. + 2N) à ℞. (27Q. + 18N,) on se*
" *fourmira de la note à la fin du 25. probleme: à sçavoir que quo-*
" *tient des donnez, plus vn, multiplié, par diviseur, donne som-*
" *me des donnez.*

Facciamo qui pausa, e sentiamo prima la nota al fine del

cap. 25; che è à car. 155. che cosa dice, e che regola è quella;

„ *Nous avons descrit diverses manieres des constructions, aux*
„ *deux problemes precedans, à fin de rendre bien notoire le subiect:*
„ *mais pour dire de la plus commode, nous vsons en la practique*
„ *la primiere de chascun exemple, comme estant generale, & aussi*
„ *la plus facile. Caraÿant seulement à la memoire les theoremes*
„ *qui sont descrits devant lesdicts problemes, l'on aura vne ge-*
„ *nérale reigle pour totes additions & substractions quelconques,*
„ *tant de racines de multinomies radicaux, & de racines de mul-*
„ *tinomies algebraiques (comme en son lieu donnerons leurs e-*
„ *xemple) que pour les precedantes racines simples.*

Siche in questa nota nō dice altro di particolare dal solo ricordar' impoi, che la regola è generale per il sommare, e sottrare tanto le radici de moltinomij radicali, quanto le radici de' moltinomij Algebrici: e volendo hora sommare le radici de i due proposti binomij Cossici, non fa altro, che accennar tal nota, che è quāto dire; ricordati, che la regola di questi è come vn sommar gli altri moltinomij. Hora seguiamo auanti nel luogo lasciato di sopra, e sētiremo, come opera:

„ *Divisant donques ℞ (27 ℥ + 18N) par ℞ (3 ℥ + 2N), donne*
„ *quotient (par le 50 probleme) 3, auquel par reigle aiousté 1, faict*
„ *4, par le mesme multipliè le diviseur ℞ (3 ℥ + 2N), donne som-*
„ *me requise ℞ (48 ℥ + 32N).*

Dal che scorgerassi se tal cosa sia nuoua, e se vi sia alcuna differenza dal sommare, e sottrare delle radici de i binomij Cossici al sommare, e sottrare delle radici de' numeri, e binomij ordinarij.

Ma dato caso, che sia cosa nuoua, & inaudita, contentandomi darne questa gloria al Sig. Mag. veniamo al modo tenuto nell'Analisi, che è il principale nostro intē-

to,

to, e veggiamo, quanto le regole si confacciano con la promessa.

Proseguiscasi dunque alla car. 72. dell'Analisi, doue nel fine trouarassi il seguente esempio:

„ *Sommisi ℞Q.(12Q+8N) con ℞Q.(3Q+2N) &c.*

Et conclude ottimamente, che la somma sia ℞Q.(27Q+18N), & acciochè il lettore vegga con maggior suo gusto la verità di quanto ha concluso, al fine della carta 73. insegna il modo di farne la proua; la quale per esser veramente buona, non voglio lasciar di repeterla quì, affinche col medesimo modo da lui tenuto si possino esaminare ancora gli altri esempij, che seguono dopò il sudetto. La proua dunque è tale (notando anco il suo preamboletto).

„ *Ma perche si trouano frà gl'huomini spiriti tanto delicati, à*
„ *quali non gusta se non quel balsamo, che scaturisce dal loro sti-*
„ *mato ceruello voglio (auanti che venga ad altri esempi) mo-*
„ *strare la verità di questa somma. Presupposto, che il valore di*
„ *N sia 2, il Q sarà 4, si che 12Q sarà 48, e 8N sarà 16, che som-*
„ *mato con 48 fa 64, & essendo inclusi nelle parentisi con caratte-*
„ *re di ℞Q, si caui di 64 la ℞Q, sarà 8: 3Q sara 12, e 2N sarà*
„ *4, che sommati assieme, fan 16, la cui ℞Q è 4, che sommata con*
„ *8 di sopra fa 12, resta a vedere, che ℞Q(27Q+18N) sia 12.*
„ *Valendo come s'è detto 1N 2, 27Q sarà 108, e 18N sarà 36,*
„ *che sommati assieme fanno 144, la cui ℞Q è 12 quanto doue-*
„ *ua essere. Da questo auanti farò l'operatione con poche paro-*
„ *le, e senza proua.*

Proua del so-mar le radici de binomij cossici posta nell'Analisi.

Siche secondo questa norma, possiamo noi andar prouando gli altri esempi appresso, tanto più, che dice voler operar egli con poche parole, e senza proua. Onde sij contento tù, lettore, di farne la proua meco, con buona licenza però dell'Autore suddetto.

Co-

Cominciaremo dunque dall'esempio alla car. 74; riga 13. ad esperimentar questa somma, che è tale:

Primo esempio.

„ *Sommisi* ℞Q.(216C+63N) *con* ℞Q(24C+28N) *con* ℞Q-
„ (54C+175N)

La somma delle quali tre radici vniuersali conclude alla riga penultima, che sia ℞Q(726C+700N), la qual somma prima di pronunciarla non buona, sarà bene, che ne facciamo la proua, con supporre, che 1N vaglia 2; percioche 1C. valerà 8; e però 216C valeranno 1728; e 63N (che sono nella medesima prima parentesi, ò binomio), vagliono 126. che aggiunto con 1728, fa 1854; dal quale presa la ℞Q. è ℞Q. 1854; e tãto sarà il valore del primo binomio. Trouiamo quello del secondo, nel quale essendo 24C à 8 l'vno, vagliono 192; e le 28N. à 2 l'vna, varranno 56, che congionto con 192, fa 248: si che postogli il segno ℞Q. auanti, sarà ℞Q. 248. il prezzo del secondo binomio. Venghiamo al terzo: in questo sono 54C. à 8 l'vno, saria 432. hora in questo terzo auanti à 175N; si troua ℞Q, ma credo, sia errore di stampa, e che vogli dire 175N; senza ℞Q; perche nell'operar l'Autore suddetto dice il 7 in 175N; entra 25. Siche lasciatele per 175N à 2 l'vna vagliono 350; qual aggiũto al 432, che valsero li 54C; ne viene per la sõma 782: al quale postogli auanti ℞Q, ò presane la ℞, come à gli altri sarà ℞Q. 782. il prezzo del terzo binomio, quando la N. valesse 2. Hora somminsi tutte trè queste quantità, saranno ℞Q. 1854 + ℞Q. 248 + ℞Q. 782. (non essendo eglino communicanti): Adũque la somma del Sig. Mag. la qual dice essere ℞Q. (726C+700N), do-

Proua del primo esempio.

ue-

uerebbe valere ancor, quanto l'auuenuto trinomio, valutando la N. pur 2. Se ne facci proua. Di già 1C, vale 8, adunque 726C. valeranno 5808; e 700N à 2 l'vna, vagliono 1400; che congionto con 5808, fa 7208; e la ℞Q. di questo, cioè ℞Q. 7208; è la valuta della somma del Sig. Mag. e per conseguenza eguale al trinomio ℞Q. 1854 + ℞Q. 248 + ℞Q. 782; la qual cosa, se sia ò non sia vera, lascio, che lo confessi chi ha cognizione di queste materie, senza che io dica altro, essendo che tal somma non può farsi in altro modo, che col +, per non essere i trè binomij dati in proporzione tra loro, come da numero quadro à numero quadrato, e chi lo proua trouarà com'io dico.

Oltre di ciò andiamo alla carta 75. riga 3. doue pone il secondo esempio, che è tale: Secondo esempio.

Sommisi ℞Q.(72Q + 150N) con ℞Q.(512Q — 150N)

E la conclusione è, che la somma sia ℞Q. 968N; Onde, senz'altre parole, sarà bene ricorrere alla proua solita, e vedere se starà à martello. Suppongasi, come prima, che 1N. vaglia 2, il Q. valerà 4, che però 72Q. del primo binomio, valeranno 288, e le 150N. à 2 l'vna, vagliono 300; che sommato con 288, fà 588; dal quale presa la ℞Q. sarà ℞Q. 588; il prezzo ò valuta del primo binomio. Nel secondo binomio sono 512 Q. che à 4 l'vno, vagliono 2048; e da questo leuato 300 (che è la valuta di — 150N), resta 1748, che presa la sua radice sarà ℞Q. 1748; per la quantità del secondo binomio: i quali due numeri sommati, fanno ℞Q. 1748 + ℞Q. 588 (per non esser communicanti), e per conseguenza tanto douerebben' ancora Proua del secondo esempio.

va-

valere ℞Q.968N somma del Sig. Mag.

Domando qui prima al suddetto, che mi dica, che cosa intende esso per ℞Q.968N? cioè, se li 968 si hanno da valutare 2 l'uno, come à N; e doppo pigliarne il lato, ouero come à Q, cioè 4 l'vno, e dopo cauarne la ℞. se egli dice hauersi da stimare 2 l'vna, come a N; adunque 968N. vagliono 1936; e ℞Q.1936. sarebbe la somma de i dati binomij, secondo esso, il che non è vero, perche douerebbe essere ℞.1748 + ℞.588.

Ma se dicesse, che si hanno da stimare 4 l'vno, come Q, desiderarei saperne la causa, non essendoui segno di Q. (e notisi di passaggio questo inconueniente, che verrebbe con il cauar solo la radice dalla dignità, lasciando il numero; poiche essendo N, pur bisogna stimarle come Q.), in ogni modo sarò contento stimarli a modo suo, 4 l'vno in questo, che però si valutino 968N. à 4 l'vna, ne verrà 3872; dal quale preso la ℞, fa ℞.3872, e douerebbe esser ℞.1748 + ℞.588 come dunque si può tale somma accordare, ò nell'vno, ò nell'altro modo con simile sua nuoua regola?

Ma chi dell'arte non si accorgerebbe, che tali radici vniuersali non si possono sommare, non hauendo il binomio minore proporzione al binomio maggiore, come da numero quadro a numero quadrato? e chi le volesse in ogni modo sommare per la 4. del secondo, ne verrà ℞Q(584Q + ℞Q(147456 QQ + 26400 CC + 90000Q) che è lontano da ℞Q.968N, come si troua nell'Analisi, quanto ogn'vno vede.

Nella medesima car. 75. riga 12. si legge similmente in questo modo che pur è cosa nuoua.

Som-

" *Sõmisi* ℞Q(℞Q20Q + ℞Q12N) *con* ℞Q(℞Q5Q + ℞Q12N) Terzo essempio.
" *sommano* ℞Q(℞Q45Q + ℞Q48N)

La qual somma è tanto *extra ordinẽ*, che senz'altra proua, si può conoscere per nõ hauer l'vno all'altro binomio proporzione, come da numero quadro à numero quadrato, nondimeno per sodisfazzione di chi legge, voglio, che ancor questa si metta alla proua.

Poniamo per più breuità, che 1 N vaglia 3; adunque 1 Q. valerà 9. Nel primo binomio sono 20 Q. à 9 l'vno vagliono 180, che presone la ℞Q. sarà ℞Q. 180. Nel medesimo binomio sono 12 N, a 3 l'vna, vagliono 36, dal quale similmente presa la ℞, sarà 6, che aggiũta à ℞Q. 180, sarà la somma ℞Q. 180 + 6 di quanto si troua dentro la prima parentesi; e perche di fuori vi è ℞Q, per tanto si ponga ancor questa quantità nella parentesi in tal guisa (℞Q 180 + 6), e di fuori si ponga il segno radicale ℞Q, e sarà ℞Q. (℞Q 280 + 6) la quantità, ò prezzo del primo binomio. Proua del terzo essempio.

Nel secondo binomio sono 5 Q. à 9. l'vno, vagliono 45, e presone la ℞Q. sarà ℞Q45 la loro valuta, al quale aggiunto 6, che come dicemmo, è la valuta di ℞Q. 12 N, fa ℞Q. 45 + 6, il prezzo delle quantità, che sono nel secondo binomio; delle quali presa la ℞, sarà ℞. (℞Q45 + 6), si che aggiunta la radice di questo alla radice del primo, sarà la somma di tutti ℞Q (℞Q 180 + 6) + ℞Q. (℞Q45 + 6); e questo deue essere eguale alla somma del Sig. Mag. che dice essere ℞Q. (℞Q45 - Q + ℞Q48N).

Veggasi s'è così: essendosi supposto 1 N valer 3, li 45 Q. valeranno 405: dal quale presa la ℞Q. sarà ℞Q 405 il

loro prezzo. E le 48N, à 3 l'vna, vagliono 144, la radice del quale è 12; che accompagnato, ò sommato con ℞Q405, fa la somma ℞Q.405 + 12: i quali numeri essendo nella parentesi, è necessario di tutti essi pigliarne il lato, che sarà ℞Q.(℞Q405 + 12), e per conseguenza tanto è la somma delli dati binomij secondo il Sig. Mag. e deue essere ℞Q.(℞Q180 + 6) + ℞Q.(℞Q45 + 6), come si è operato di sopra, la qual cosa, se sia vera, com'egli dice, ad esso toccarà à dimostrarlo, nõ potẽdosi far tal somma altro, che col +, secondo il parere de gli altri Autori, e mio.

Obiezzione

Potrebbe essere, ch'il sudetto Autore dicesse, come di sopra, che li Q. si debbano intendere per QQ, e le N. per Q, stante che la ℞.Q. posta innanzi à qualche numero con dignità significhi douersi pigliar' il lato dal numero, non dalla dignità, secõdo però la sua opinione, ed io ho stimati li Q. per tanti Q, e l'N. per tante N. e per questo la mia proua non riesce.

Risposta

Alla quale obiezzione, quando mi si facesse, risponderei breuemẽte di concederle, che la faccia esso à suo modo, e ritrouando il contrario di quãt'ho detto in qualunque modo egli la faccia, sarò contento disdirmi, il che nõ credo, che sia per succedere, hauẽd'io prouato prima di scriuer questo nell'vna, e nell'altra maniera.

Ma accioche il Sig. Mag. s'accorga della mia sincerità in quest'esame, e quanto io vada con ogni schiettezza, voglio dimostrar la verità della seguente somma pur sua, posta poco più sotto alla suddetta, cioè à car. 75. riga 14. che è tale.

Somma buona nell'Analisi.

23 *Sommisi* — ℞Q(1600 — 320N + 16Q — $\frac{64C.}{10 + 2N}$) *con* + ℞Q (25

» *($25-5N+\frac{1}{4}-\frac{1C}{10+2N}$) fatte le sue operationi diligentemen-*
» *te essendo la maggiore —, e la minore +, che si cauano nel som-*
» *mare viene per la somma — R̸Q ($1225-245N+12\frac{1}{4}$ Q*
» *$-\frac{49C}{10+2N}$)*

Qual somma è verissima (purche nel moltinomio minore, doue dice $\frac{1}{4}$ dica $\frac{1}{4}$ Q, che credo sia errore di stápa, non emendato, e noi lo supporremo per $\frac{1}{4}$ Q), imperoche tutto il moltinomio minore, cioè + R̸Q ($25-5N+\frac{1}{4}Q-\frac{1C}{10+2N}$) ha proporzione à tutto il moltinomio maggiore, che è — R̸Q ($1600-320N+16Q-\frac{64C}{10+2N}$), come da 1, à 64; che è da numero quadro à numero quadrato; onde il maggiore contiene 8 volte il minore, cioè quanto la radice di 64. Siche se fussero ambidue +, per far detta somma, bastarebbe aggiungere 1 ad 8, fa 9, & il quadrato di questo, cioè 81 moltiplicato per il minore moltinomio, il risultato sarebbe la somma, ma perche il moltinomio maggiore è —, & il sommare + e — si sottra, però da 8 si leua 1, resta 7, & il suo quadrato, che è 49 moltiplicato per il moltinomio minore, farà quanto ha fatto il Sig. Mag. cioè — R̸Q ($1225-245N+12\frac{1}{4}Q-\frac{49C}{10+2N}$), e notisi, che ogni volta, che si trouerà hauer tutto vn moltinomio à tutto l'altro proporzione, come da numero quadro à numero quadrato, sarà facilissimo à sommarli, come può vedersi ne i due binomij posti nella riga penultima della istessa car. 75. dal medesimo Autore, che hauendo il minore proporzione al maggiore, come da 1 ad $1\frac{7}{9}$, cioè come da 9 à 16; che è da numero quadro à numero quadrato, la somma è venuta esquisitamente.

Seguitiamo pur'oltre il nostro proposito alla car. 76, riga seconda, si troua medesimamente non meno, che gli altri, vn esempio tale lontanissimo dal fine, che egli si hà proposto in tal somma:

Quarto esempio.

» *Sommisi (scriu'egli)* — R̷Q($1225 - 245N + 12\frac{1}{4}Q - \frac{49C}{10-2N}$)
» *con* — R̷Q($\frac{1}{4}Q - \frac{1C}{10+2N}$) *Sommano* — R̷Q($1225 - 245N +$
» $16Q - \frac{64C}{10+2N}$)

Doue se si considerano i molti incõuenienti, che in questa somma occorrono, si trouarà passar gli ordinarij.

Ma prima di venir'a mostrargli, è necessario, che le domandi, se il denominatore del rotto del primo moltinomio vuol dire $10 - 2N$, ouero $10 + 2N$? se vuol dire $10 - 2N$, come mi par, che ella dir voglia, (poiche hauendo posto trà gli errori di stampa, che si habbia d'accomodar il 10, che staua così 01, non ha detto nulla del + ò —, che pur è nella istessa riga), la somma sarà lontana più che mai dal douere. E se vuole, che dica $10 + 2N$, com'ancor io lo suppongo; Adunque nel sommare + R̷Q($1225 - 245N + 12\frac{1}{4}Q - \frac{49C}{10+2N}$) con — R̷Q($\frac{1}{4}Q - \frac{1C}{10+2N}$), hauendo fatto, che la somma sia — R̷Q($1225 - 245N + 16Q - \frac{64C}{10+2N}$), si vede chiaramente, che ha lasciato à parte $1225 - 245N$; e solo ha sommato $+ 12\frac{1}{4}Q - \frac{49C}{10+2N}$) con — R̷Q($\frac{1}{4}Q - \frac{1C}{10+2N}$)

Radice legata non può rompersi, ma si deue considerar tutta come vn solo numero.

E come è poi possibile, che ella non si sia accorta di molti accidenti, che qui occorrono? Primieramente $+ 12\frac{1}{4}Q - \frac{49C}{10+2N}$; è parte di vna radice legata, ò vniuersale; & il rompere vna radice vniuersale, non può farsi; impero che l'incluse quantità nella parentesi tutte deuonsi considerare, come vn solo numero; la qual cosa è à tutti nota. Secondariamente hà ella sommato

$12\frac{1}{4}Q - \frac{49C}{10+2N}$, che è + con ℞Q.$(\frac{1}{4}Q - \frac{1C}{10+2N})$ che è −, e la somma dice, che sia +, è non vero, perche si douea sottrar l'vno dal'altro, caso però, che fusse stato possibile à potersi far tal somma.

Hora accioche il tutto meglio apparisca, le farò alcune domande: e la prima è, che desiderarei saper, quanto sarebbe la sōma di questi due proposti binomij, cioè di + ℞Q.$(12\frac{1}{4}Q - \frac{49C.}{10+2N})$ con − ℞Q.$(\frac{1}{4}Q - \frac{1C.}{10+2N})$? credo risponderà tal somma essere + ℞Q.$(9Q - \frac{36C.}{10+2N})$ poiche essendo in proporzione come da 49. ad 1, il maggiore è quanto 7 volte il minore, onde se il minore si moltiplicarà per 7 − 1 (perche + e − si sottra), cioè per 6. ridotto à ℞36. sarà quanto di sopra, cioè + ℞Q. $(9Q - \frac{36C.}{10+2N})$, il che è verissimo, e stà bene. Secōdariamente domando quanto sarebbe à sommare $12\frac{1}{4}Q - \frac{49C}{10+2N}$ numero sciolto con − ℞Q.$(\frac{1}{4}Q - \frac{1C}{10+2N})$ numero legato? quì non sò quello, che ella rispondesse; nulladimeno non credo, dirà, che la somma possa esser altrimenti, che $12\frac{1}{4}Q - \frac{49C}{10+2N}$ − RQ.$(\frac{1}{4}Q - \frac{1C}{10+2N})$, e nō potersi sommare, per essere vno sciolto, e l'altro legato; ilche pur è verissimo, & il dir altrimēti sarebbe falsità.

Prima domanda dell'Autore all'Autor dell'Analisi.

Seconda domanda.

Stante tutto il sopradetto, ritorno da capo, e fò vn altra domanda: desiderarei sapere, se quando ella ha leuato $+12\frac{1}{4}Q - \frac{49C}{10+2N}$ da tutto il moltinomio − ℞Q. $(1225 - 245N + 12\frac{1}{4}Q - \frac{49C}{10+2N})$, l'ha pur considerato doppo come numero legato, per esser parte del numero legato, ouero l'ha considerato sciolto? Stia per grazia auuertita nel rispondere, perche in ogni caso, la si darà la zappa su'l piede; perche se dirà hauerlo considerato come numero legato, per esser parte del

Terza domanda.

numero legato, è chiaro, che essendo vno più, e l'altro meno, la somma douea esser $+℞Q(9Q-\frac{36C}{10+2N})$, come ha di già risposto nella prima domanda. E se risponderà hauerlo considerato come numero sciolto, la somma non poteua farsi in altra maniera, che col +, ò −, come ancor si è detto: e per conseguenza in modo niuno poteuá farsi la somma, come l'ha ella fatta; e se à lei, o ad altri non piacesse questo discorso, possono farne la proua con supporre, che 1N. vaglia 2, ò 3; come si è fatto di sopra ne gli altri esempi, e così subito se ne chiariranno; ilche lascio di far io, per dire qualche cosa delle radice cube.

Si discorre delle radici cube de binomij cossici.

Del sommare le radici cube de i binomij Cossici vn solo esempio se ne troua nell'Analisi, alla car. 76. riga 16. nella quale si legge così:

» *Sommisi* ℞C(56Q+162N) *Con* ℞C(448C+384N)

Quinto essempio.

Et alla riga 3. della car. 77. conclude poi in questa guisa.

» *Siche la somma delle 2. radici è* ℞C.(1512Q+2058N)

La qual somma non mi par, che stia bene, nè che habbia che fare con le quantità proposte, perche tutto vn binomio à tutto l'altro non ha proporzione, come da numero cubo à numero cubo. Et auuertasi, che io non dico di non star bene, perche nel primo binomio, doue sono 56Q, deuono esser 56C, e nella somma, doue stanno 1512Q, deuono stare 1512C, percioche sò, che è errore di stampa, supponendoli il Sig. Mag. per tanti C. ma dico, che la somma non si può fare in altra maniera, che col +, in questo modo ℞C(56C+162N)+℞C.(448C+384N).

Proua del quinto essempio.

Ma se volessimo farne la proua come de gli altri esempi,

pi, sarà facile, imperoche supposto 1N valer 2; 1C valerà 8, onde li 56C del primo binomio vagliono 448; e le 162N vagliono 324, che sommato con 448 fà 772 per la valuta delle quantità del primo binomio; dal quale preso la ℞C; sarà ℞C.772; la qual si serba. Al medesimo modo li 448C del secondo binomio à 8 l'vno vagliono 3584, & à questo aggiunto 768 (prezzo di 384N.a 2 l'vna), fa 4352: e tanto vagliono le quantità del secondo binomio, si che da questo presa la ℞C; e sommata con l'altra serbata del primo binomio, la somma, qual è ℞C. 772 + ℞C. 4352, tãto sarà l'aggregato de i due proposti binomij, che per questo tanto anco douerebbe esser il prezzo della somma del Sig. Mag. Prouiamo, se la stà così, valendo 1C.8; li 1512C. valeranno 12096, al quale aggiunto il prezzo di 2058N, che a 2 l'vna vagliono 4116; viene dalla sopradetta somma 16212, dal qual numero presa la ℞C; sarà ℞C. 16212, per la somma, secondo il suddetto Autore, ma deue essere ℞C. 772 + ℞C. 4352; come dunque passa il conto? Cõcludasi, che vi è errore, che se non vi fusse tornarebbe, come pur torna nell'essempio del medesimo Autore, che segue il suddetto, & è il seguente.

Alla car. 77, riga 19. si troua vn'esempio del sommare le radici quadre quadrate de' binomij, che dice così:

„ *Sommisi ℞QQ(48C + 64N) con ℞QQ(243C + 324N).*

E poco più sotto conclude ottimamente, che la somma sia ℞QQ.(1875C + 2500N), e questo auuiene perche tutto il binomio ℞QQ.(48C + 64N) a tutto il binomio ℞QQ.(243C + 324N) ha proporzione,

co-

come da 16 ad 81, che è da numero quadroquadrato à numero quadroquadrato, e chi ne farà la proua, come di sopra, trouaralla giusta.

Passiancene alla carta 78, riga 11; perche similmente vi trouaremo notato.

Sesto esempio.

" *Sommisi* ℞Q(12C) *Con* ℞Q(2N) *sommano* ℞Q(12C +2N)

La qual somma non stà bene, percioche détro la parentesi della somma mancano ℞Q.96QQ.(operandosi per la 4. del 2. di Euclide), cioè doueua star in questo modo tal somma, ℞Q(12C +℞Q.96QQ +2N), nõ altrimenti ℞Q.(12C +2N). Ma senz'altre cerimonie ricorriamo alla proua, pongasi che 1N. al solito vaglia 2. vn cubo, valerà 8, e però 12C. valeranno 96, e ℞Q. 96. è la valuta di ℞Q.(12C): similmente le 2N. à 2 l'vna, vagliono 4, e la radice di 4, cioè 2 tanto vagliono ℞Q.(2N): Siche la somma, che è ℞Q 96 +2, deue esser anco, quanto la somma, che pone il Sig. Mag. Si proui. 12C. à 8 l'vno, vagliono 96; e le 2N, che sono nella medesima parentesi, vagliono 4. che aggiunto à 96. fa 100; e ℞Q.100, cioè 10. è la somma del suddetto, ma deu'essere ℞Q.96 +2. dũque la sõma nõ è buona

Proua della suddetta somma.

Segue alla riga 12. dell'istessa car. 78. similmẽte, dicẽdo;

Settimo esempio.

" *Sommisi* ℞Q(18C) *con* ℞Q.(9C) *sommano* ℞C(18C +9C)

Nella qual somma nõ meno, che come nell'esempio di sopra, manca il duplo del rettangolo dell'vna via l'altra quantità (lascio però da parte il carattere radicale della somma, che credo sia error di stampa, de' quali non fò conto, douẽdo essere ℞Q, non ℞C;) e douerebbe star così, ℞Q.(18C +℞Q748CC +9C), ouero sõmarli col + così; ℞Q(18C) +℞Q(9C), non potendosi in

in altra maniera sommare. La proua non la pongo, per esser facile à farsi, hauendola reiterata più volte. Dirò solamente vna cosa, la quale credo, sia molto euidente, e ch'il medesimo Autore se ne marauigliarà, cioè, come sia possibile, che la somma sia ℞Q(18C+9C) peròche trouandosi due quantità simili dentro vna parentesi, come nella suddetta, 18C. e 9C, che cosa impedisce, che non si possino sommare insieme, e dir, che la somma sia ℞Q.(27C)? hor tanto sarebbe ℞Q(18C+9C), che è la somma di ℞Q(18C) con ℞Q.(9C), secondo il suddetto: d'onde si scorge esser tal sommar simile, e l'istessa cosa, che sommar quantità razionali, il che non è vero.

Et alla riga 22. della medesima carta 78 (lasciando l'esempio alla riga 18. che stà bene) pone vn altra simil somma non buona.

„ *Somminsi* (dic'egli) ℞C (20QQ) *con* ℞C(15N) *sommano* ℞C „ (20QQ+15N). Ottauo esempio.

Della qual falsità senza dir altro, bastarà, che l'auuerta, potendosi far la proua, come nell'altre, e si trouarà quanto sia lontano dal segno.

Finalmente leggasi alla riga 23. della carta suddetta quest'altro esempio non ben spiegato:

„ *Sommisi* ℞C(18QQ) *con* ℞C(7QQ) *sommano* ℞C(18QQ+7QQ.) Nono esempio.

Imperoche se si prouarà, come si è fatto de gli altri, non meno, che in quelli si trouarà non hauer che fare la somma con li numeri, ò binomij proposti. Oltre che tanto è dire 18 QQ+7QQ, che sono nella medesima parentesi, quanto 25QQ; come dicemmo di sopra nella somma de i cubi; e per conseguenza tanto sarebbe tal aggregato, il che non è vero, e questo è

N di

di quanto ho potuto auuertirti, benigno lettore; circa al sommare delle radici vniuersali Cossiche: hora porrò breuemente la regola vniuersale, per qualsiuoglia quantità da sommarsi, purche si habbia riguardo alle dignità della specie, di cui sono, & alle razionali, ò irrazionali.

Regola vniuersale per sommar quali si siano due quantità Algebriche razionali, ò irrazionali Cossiche.

Regola di sommar due radici vniuersali insieme.

Primo esempio di sommare.

PRopongansi prima da sommarsi due radici di quantità Algebriche semplici, come sarebbe, ℞C.20Q.cõ ℞C.15N, ch'è l'ottauo esempio confutato di sopra (non pongo dette quantità nelle parentesi, come l'Autore dell' Analisi, non stimandolo necessario essendo che, secondo s'è dimostrato nel terzo esame, il carattere radicale, ℞C; si riferisce, & al numero, & alla dignità, secondo tutti gli Autori). Si considerino le due quantità, come due linee vnite, e che sopra di esse così vnite sia formato vn quadrato, è certo, che se fusse noto il detto quadrato sarebbe noto ancor il suo lato, e per conseguenza quanto fussero le due quantità sommate insieme. Per trouar dunque il suddetto quadrato, si operi per la 4. del 2. di Euclide, cioè quadrando ℞C.20Q, che è vna parte, fa ℞C.400QQ, e quadrando l'altra ℞C.15N, fa ℞C.225Q, & il duplo del loro rettangolo, che è ℞C.2400C, vniti tutti tali prodotti fanno ℞C.400QQ + ℞C.2400C + ℞C.225Q per il quadrato, che si cercaua, dal quale preso la radice sarà ℞Q.(℞C.400QQ + ℞C.2400C + ℞C.225Q) ouero per la nostra regola nel 4. esame ℞C.24Q + ℞C.15N, che sono l'istesse quantità di prima vnite

col

col +, e tanto sarà il lato del quadrato, ouero la somma delle due quantità, che si ricerca; nè in altra maniera può farsi tal somma: e se l'Autore dell'Analisi dirà potersi far altrimenti, toccarà à lui il mostrarlo.

Vediamo se riesce questa regola in sommare, ℞ 12 N con ℞ 3 N, che è l'esempio posto dal Sig. Mag. à car. 78. riga 18. Quadrisi dunque ℞ 12 N, prima parte, fa 12 N; quadrisi la seconda, fà 3 N; doppo si moltiplica l'vna per l'altra, fa ℞ 36 Q. cioè 6 N, il duplo del quale è 12 N; li quali trè prodotti, ò quantità sommate, fanno 27 N, per tutto il quadrato di ℞ 12 N, e ℞ 3 N, vnite, come vna linea sola, per la 4. del 2. onde presone la radice, sarà ℞ 27 N, il lato di tutto il quadrato sudetto, cioè la somma di ℞ 12 N, con ℞ 3 N, conforme hà fatto ancora l'istesso Autore. Secōdo esempio.

Diamone due altri esempi nelle radici de' binomij, il primo de' quali sia in sommare ℞ Q. (12 Q + 8 N), con ℞ Q. (3 Q + 2 N), che è l'esempio alla carta 72, riga antepenultima dell'Analisi. Suppongasi, come si è detto, che queste due quantità siano due linee vnite insieme, delle quali si habbia à trouar il quadrato, per lo che fare, si quadri ℞ Q. (12 Q + 8 N), prima parte, fa 12 Q + 8 N; si quadri la secōda, che è ℞ Q. (3 Q + 2 N), fa 3 Q + 2 N. Doppo si moltiplichi ℞ Q. (12 Q + 8 N) per ℞ Q. (3 Q + 2 N), fa il prodotto, ℞ Q. (36 QQ + 24 C + 16 Q), qual trinomio hà radice, secondo la regola da noi insegnata nel 4. esame, & è 6 Q + 4 N, e questo è vn rettangolo delle parti, il qual si dupli, e farà 12 Q + 8 N; laonde cōgiunto con li due quadrati delle medesime parti, nè verrà 27 Q + 18 N, per il qua- Terzo esempio.

 dra-

drato fatto dalle due parti vnite: hora se di questo si pigliarà il lato, ch'è ℞Q.(27Q ✢ 18N), tanto sarà la somma delle radici delli due binomij, come ancora ha fatto l'istesso Sig. Mag.

Per sodisfazione del quale voglio, che isperimentiamo con questa medesima regola l'esempio suo posto à car. 75, riga 3, che fu da noi confutato nel secondo esempio; percioche, se sia vero, che la somma debba esser quanto egli disse, tornarà ancora in questo. L'esempio è tale.

Quarto esempio. Sommisi ℞Q.(72Q ✢ 150N), con ℞Q.(512Q — 150N). Si quadrino al solito le parti, il quadrato della prima è 72Q ✢ 150N, quello della secõda è 512Q — 150N. Doppo si moltiplichi l'vna per l'altra, cioè ℞Q.(72Q ✢ 150N), per ℞Q.(512Q — 150N), fa il prodotto, ℞Q.(36864QQ ✢ 66000C — 22500Q), il quale trinomio non ha lato; si dupli fa ℞Q.(147456QQ ✢ 264000C — 90000Q), al quale aggiunti li due quadrati delle parti, che erano 72Q ✢ 150N; e 512Q — 150N; farà tutta la somma, 584Q ✢ ℞Q.(147456QQ ✢ 264000C — 90000Q), per il quadrato delle due parti, vnite come vna, da cui preso il lato, è ℞Q.(584Q ✢ ℞Q.(147456QQ ✢ 264000C — 90000Q)), ouero, ℞Q.(72Q ✢ 150N) ✢ ℞Q.(512Q — 150N), e tanto farà la somma delle radici de i due proposti binomij, che è molto diuersa da quella, che si troua nell'Analisi.

Dimodoche, essendo questa regola Geometrica, se la somma del suddetto Autore stesse bene, sarebbe tornata, come sono tornate l'altre due antecedenti;

ESA-

ESAME SESTO.

Del modo dato nell'Analisi del sottrare le Radici de i moltinomij Cossici, l'una dall'altra.

DOPPO il sommare delle radici vniuersali di moltinomij, pone il Sig. Mag. la regola di sottrar le medesime radici, l'vna dall'altra; nella qual regola non è meno dà dire, che nel sommare come si vederà appresso.

Scriue egli dunque à car. 79; riga 25. in tal guisa (per venir senz'altri preamboli al nostro proposito).

„ *Da* ℞Q. *(8C) cauisi* ℞Q. *(2N) Resta* ℞Q. *(8C—2N).* Prima sottratione.

Hor senza moltiplicar discorsi, venghiamo alla proua.

Pógasi come altre volte si è detto, che 1N vaglià 2. adunque 1C valerà 8, e però 8C valeranno 64; la radice del quale, cioè 8. sarà la valuta di ℞Q. (8C), e le 2N à 2 l'vna, vagliono 4, e la sua radice, che è 2, sarà la valuta di ℞Q. (2N). onde se da 8 si leuarà 2, restarà 6, e questo douerebbe valere, quanto ℞Q. (8C—2N) del Sig. Mag. il che non mi par vero, perche li 8C, che sono nella parentesi vagliono 64, dal quale leuato 4 valuta delle 2N, che sono nella medesima parentesi, resta 60; dal che presone la radice, è ℞60, doue che douea essere 6, come si è detto di sopra; adunque la regola di tale sottrare non è buona, & a chi non piace la suddetta proua la faccia a modo suo, che trouarà il medesimo. Proua di tal sottrazione.

Nella carta istessa 79; alla riga antepenultima leggesi quest'altro esempio simile.

„ *Da* ℞Q. *(12C) cauisi* ℞Q. *(5C) Resta* ℞Q. *(12C—5C) Queste non* Seconda sottrazione.
„ *sono communicanti, però si sono cauate con il segno del* —

Doue chi hauerebbe creduto, che dentro vna parentesi

pos-

possa trouarsi 12C—5C? chi s'intende dell'arte credo, che mi capirà subito: imperoche 12C—5C non sono altro, che 7C: onde è stato superfluo pronunciarli nella sudetta guisa: e meglio era dire restano ℞Q.(7C), poiche di due mali meglio era eleggerne il minore.

Prova della seconda sottrazione.

Nondimeno per sodisfazione di chi legge voglio ancora farne la proua al solito. valutādosi 1N per 2, li 12C, valeranno 96, e ℞96, sarà vna quantità, dalla quale leuato ℞Q.40, che sono la valuta di ℞Q.5C, restarà ℞.96—℞.40, per il vero resto, quando 1N valesse 2; E per conseguenza pur tanto douerebbe valer il resto del Sig. Mag. che è ℞Q.(12C—5C) se ne faccia esperienza. Dētro la parētesi essendoui 12C—5C, li 12C vagliono 96, dal quale leuato 40, prezzo delli 5C, resta 56, E da questo preso il lato, sarà ℞.56, ma douea essere ℞96—℞40; Adunque tanto il resto nell'Analisi, quanto la regola, non è da farci fondamento.

Si mostra con vn esempio che tal modo di sottrare nō sia buono.

Per mostrar, e far conoscere più chiaramente questo suo modo di operare, voglio, che pigliamo l'esempio, ch'è alla prima riga della car: 80, il quale esempio stà bene; e supponiamo non sapere, che tali quantità, cioè ℞Q.(27C) o ℞Q.(12C), siano communicanti, e che si possano sottrare per regola, ma che si sottrino per il modo tenuto di sopra dal medesimo Autore, secondo il quale il resto sarebbe ℞Q.(27C—12C), perciochè tanto è à sottrarlo per regola, quanto col —; onde questo douerebbe pur esser eguale à ℞Q.(3C), la qual cosa nō stà così, perche (27C—12C) è quanto dire (15C), e ℞Q.(15C) douerebbe esser eguale à ℞Q(3C), resto vero, e reale come ancora fa esso, si che quanto è la distanza da

da ℞Q.(3C), à ℞Q.(15C), tanto è dalla vera regola di sottrare alla posta nell'Analisi.

Passiam'oltre alla riga 12. della medesima car. 80. nella qual si legge nella seguēte maniera (lascio quello della riga 9. perche stà ben sottratto.)

» *Da* ℞Q(384C+72N) *cauisi* ℞Q(150C+200N) *Resta* ℞Q. (54C−℞Q 32N). Terza sottrazione.

Lasciato da parte l'error di stampa, sapēdo io, che voglia dire, resta ℞Q.(54C−32N), senza ℞Q. dentro la parēresi. Venghiamo al cimento solito: poniamo, che 1 N vaglia 2, il C valerà 8, e nel primo binomio, essendoui 384C, valeranno 3072; al qual numero aggiunto la valuta delle 72N, che sono nell'istesso binomio, che à 2 l'vna, sono 144, fa 3216, la valuta di tutte le quantità dentro la paretesi, dal qual preso la ℞, sarà ℞3216, il prezzo del primo binomio. Venghiamo al secōdo; in questo sono 150 C. à 8 l'vno, vagliono 1200. e le 200N. à 2 l'vna, ne viene 400, che aggiūto à 1200. fa 1600, e la radice di questo, cioè 40, tāto sarà il valore del secondo binomio; siche sottratto da ℞. 3216, che valeua il primo, il resto sarà ℞3216−40, e tāto ancora douerebbe valer il resto del Sig. Mag. se stasse bene; il che possiam prouar presto. 54C à 8 l'vno vagliono 432, dal quale leuato 64, valuta delle 32N, che sono nell'istessa parentesi, resta 368, e la radice di questo, cioè ℞. 368 è quanto dice, che sia il resto il suddetto Autore; ma s'è dimostrato, che deu'essere ℞3216−40; adunque lo sbaglio è assai grande, segno la regola non esser buona. Proua della suddetta sottrazione.

Notiamo il quarto, e dopo verremo alla regola generale.

le: leggesi nell'istessa car. 80. riga 23. quest'altro esẽpio.

Questa sottrazzione.

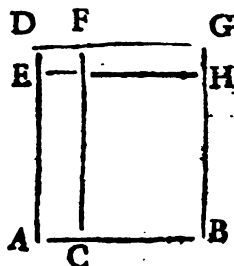
„ *Da* ℞C.(1512ℚ—320N) *cauisi* ℞C(875ℚ—40N) *Resta* ℞ℚ.
„ (7ℚ—40N).

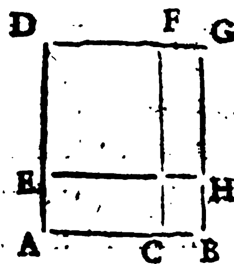
Della qual sottrazzione, credo, che basterà auuertir ella non istar bene (lascio però l'error di stampa, douendo star auanti al resto, ℞C, non ℞Q); senz'altra proua, la qual lascio per meno tedio di chi legge, e per passarmene alla dimostrazione Geometrica, e generale di tali sottrazzioni, ch'è la seguente.

Regola vniuersale per sottrar qualsiuoglia qũtità da vn altra quãtità.

Regola generale per sottrar vna da vn'altra quantità.

SApendosi per la 7. del 2. d'Euclide, che se vna linea v.g. la AB, sarà diuisa in due parti nel punto C, il quadrato di tutta la linea AB, cioè AG, cõ il quadrato d'vna parte per esẽpio di AC, (ch'è EF,) è eguale al duplo del rettãgolo AF, fatto da tutta la linea AB, cioè AD, nella parte AC, e più al quadrato CH, dell'altra parte CB, segue cõuersamẽte, che se fusse noto il quadrato AG, di tutta la linea AB, & il quadrato d'vna parte d'essa per esẽpio, lo quadrato EF, della parte AC, se dall'agregato di questi due quadrati AG, & EF, si leuasse il duplo del rettangolo fatto da tutta la linea AD, nella parte AC, il resto ch'è CH, sarebbe il quadrato dell'altra parte CB, il quale quadrato essẽdo noto, sarà noto il suo lato CB. Stãte le suddette premesse, sarà facile à far qualsiuoglia sottrazzione, hauendo sempre riguardo tãto alle dignità, quanto al +, e —.





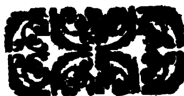
Dia-

Diamo per primo esempio le due quantità date anco per primo esempio dal Sig. Mag. cioè che si habbia, no da sottrare ℞ 2 N, da ℞. 8 C, si supponga che tutta la linea AB, sia quella quantità maggior dalla quale si hà da leuar l'altra; la qual quantità maggior in questo caso, sarà ℞ 8 C, e ch'vna delle parti, nella qual'è diuisa la linea AB, ò detta quantità ℞ 8 C, sia AC, quant'è l'altra quantità, cioè ℞ 2 N. Aduque per trouar, quanto è l'altra parte, ò resto CB, secondo le premesse, quadrandosi AB, ò ℞. 8 C, fa 8 C, ch'è il quadrato AG, al quale aggiunto il quadrato di AC, ch'è EF, cioè 2 N; fa la somma 8 C, + 2 N, la qual si serbi, e doppo si moltiplichi ℞ 8 C, ch'è AD, per ℞ 2 N, ch'è AC, fa ℞. 16 QQ, cioè 4 Q, per il rettangolo AF, questo duplato, fa 8 Q, per lo gnomone HDC, più il quadrato EF, di AC, li quali due rettangoli sottratti da 8 C + 2 N, ch'è l'aggregato di AG, e di EF, resta C8 + 2 N − 8 Q, per il quadrato CH, dell'altra parte CB, si che se da questo si piglia la radice, ch'è ℞ Q. (8 C − 8 Q + 2 N), ouero secondo la regola insegnata nel 4. esame. ℞ 8 C − ℞ 2 N, tanto sarà CB, resto di tal sottrazzione, non ℞ Q. (8 C − 2 N), vedendosi esser meglio alle volte far tal sottrare col −, che altrimenti. Primo esempio di sottrare.

Propógasi di sottrare ℞. 12 C, da ℞. 27 C, ch'è pur esempio del Sig. Mag. quadrinsi ambedue le dette quátità, fanno 27 C, & 12 C, si sommino fà 39 C, dopò si moltiplichi ℞. 27 C, per ℞. 12 C, fà ℞ 324 CC, il cui duplo è ℞. 1296 CC, cioè 36 C, i quali sottratti da 39 C, restano 3 C, la radice di 3 C, è ℞ 3 C, tanto è il resto vero, quanto anco dice l'Analisi, si che questa nostra regola Geo- Secondo esempio di sottrare.

metrica è buona, e generale.

Terzo essempio di sottrare. Diamone vn' altro essempio ne i binomij. Habbiasi da sottrare ℞Q.(2C + 6N) da ℞Q.(18C + 54N), si quadrino ambidue li dati binomij, fanno 2C + 6N, e 18C + 54N, si sommino insieme, ne verrà 20C + 60N che si salua, doppo si moltiplichi ℞Q.(2C + 6N), per ℞Q.(18C + 54N), fa ℞Q.(36CC + 216QQ + 324Q) cioè 6C + 18N, (perche tal trinomio ha radice), e questo è vn rettangolo delle parti; onde duplato fa 12C + 36N, il qual sottratto da 20C + 60N, aggregato de' quadrati saluato di sopra, restarà 8C + 24N, per lo quadrato della parte, che resta, siche la radice di 8C + 24N, ch'è ℞Q.(8C + 24N), tanto sarà il resto à sottrar ℞Q.(2C + 6N), da ℞Q.(18C + 54N), e nell'istesso modo si operi nell'altre quantità, ch'essendo la regola Geometrica, sempre riesce: e quando può venirne meno quantità della maggior delle due proposte, verrà: altrimenti verrà la maggiore, meno la minore, con l'interposizione del −, & allora è segno, che non può farsi in altra maniera tal sottrazzione.



ESA

ESAME SETTIMO, ET VLTIMO.

Nel quale si vanno ponderando diuersi particolari, e principalmente si prouano le resolluzioni de' quesiti con altri quesiti à quelli simili; & anco si tratta se sia possibile il pigliar lato cubo da vn Binomio.



DATO che habbiamo compimento al sesto esame, e peruenuti à quest'vltimo conuien trasferirci dalla car. 81. alla carta 117, non perche in esse non sia da dir qualche cosa, quando si volesse andar con sottigliezza, massime doue il Sig. Mag. per sua confermazione, doppo hauer fatta l'operazione à suo modo, cóchiude, che la dignità non deue quadrarsi, quando si moltiplica per quantità irrazionale, ma perche nel primo esame mostrammo à sufficienza, quanto tal opinione sia nuoua, si lascia il repeterne in questo luogo le cose medesime. Esame settimo

Nulla pur dico della regola dell'Algebra, e sue parti, nè tampoco dell'Antitesi, Parabolismo, Hipobibasmo, Isomeria, &c, si perche della prima cosa hanno trattato altri diffusamēte, come lo Stifelio carta 27 B; Lantz car. 88; Peletario car. 14. cap. 17. Clauio car. 36; cap. 8. Frà Luca car. 148 A; & il Tartaglia car. 11; come perche il Sig. Mag. veramente non se l'attribuisce à sua inuenzione, nè la pone per cosa nuoua; E delle seconde voci, e regole, parendo più tosto materia accattata dal Vieta, meno stimo necessario dirne parola, sapendo, che chi vuol intēdere tali regole ricorrerà al fonte, e se non saprà le parole grecisme (com'esso dice) le

trouarà ò ne' Lessici, ò nell'Amaltea, ò altroue: si che lasciato à parte quãto in dette carte si potrebbe dire, daremo principio à quest'vltimo esame alla car. 117. Pone dunque l'Autor dell'Analisi in detta car. il suo primo quesito, ch'è vn settinomio, dal quale garbatissimamente ne caua la radice, senz'altre circostanze, solo rimettendosi à i requisiti insegnati altroue: i quali requisiti essendo mancheuoli, come nel quarto esame dimostrossi in discorsi, sarà bene qui in cõfermazione dell'istesso dirne alcuna cosa. Et in luogo del settimonio proposto dal suddetto, poniamoci questo, 4QQCC + 16CCC + 96CC + 96QQ + 144Q + 64N + 64, percioche essẽdo 7nomio, com'il suo è tutto affermato, e la somma de' numeri è 484, ch'è num. quadrato: segue secondo i requisiti, a' quali egli si rimette, ch'assolutamente sia quadrato, e che da esso si possa pigliar il lato; ma io trouo altrimenti, e che per tal regola sia impossibile; la qual cosa pretendo mostrar io qui con la medesima sua terza regola, dottrina, e parole, senza mutar vn iota, per notificar quanto verrebbe la radice del proposto mio settinomio con la suddetta regola, ch'è la seguente (mutãdo li numeri, ò suo settinomio nel nostro) alla riga 20. di detta car. 117.

Si proua la soluzione del primo Quesito cõ vno simile à quello.

„ *Terzo* (scriu'egli) *si caui la* ℞Q *di* 4QQCC *primo termine a mano*
„ *manca, & è* 2QC, *perche la* ℞Q *di* 4. *è* 2, *e la metà di* 10 *esponente di* QQCC *è* 5 *esponente di* QC, *per trouare il secondo si dupli*
„ 2QC, *e fa* 4QC, *per il quale si parta* 16CCC, *e viene* 4QQ, *per-*
„ *che* 4 *in* 16 *entra* 4, *e cauato* 5 *esponente di* QC *da* 9 *esponente di*
„ CCC, *resta* 4 *esponente di* QQ. *Dipoi si caui la* ℞Q *di* 64 *vltimo*
„ *num. & è* 8, *si dupli fà* 16. *per il quale si parta* 64N, *viene per*

il

» *il terzo num. 8N, & il quarto è 8, e per esser tutti + si giongano*
» *insieme fanno per il lato 2QC + 4QQ + 8N + 8 &c.*

Questa è tutta la regola da lei registrata, Sig. Mag. per cauar la radice del settinomio nell'Analisi, quale non hauendo io preterita vn puntino, per cauarla dal mio, com'ella ha veduto, si è trouato, che ne viene 2QC + 4QQ + 8N + 8; Si che il quadrato di questo douerebbe far il medesimo proposto 7nomio; lo quadri, perche trouarà, che non fa altrimēti 7nomio, ma sì ben questo nòninomio, 4QQCC + 16CGC + 16QCC + 32CC + 96QC + 64QQ + 64Q + 128N + 64. Adūque la regola è buona solo per il proposto da lei settinomio, non per gli altri, e però non è generale, percioche se fusse tale da' moltinomij, ch'è possibile à cauarla, la cauarebbe, e non potendosi, dimostrarebbe l'impossibiltà, che questo è proprio della regola fondata in Geometria, i quali particolari non si ponno dedurre dalla suddetta; anzi tutt'il contrario, imperoche dimostrando, che l'ha, e trouandola, si vede per esperienza nō esser quella la vera radice, porche la radice del mio proposto settinomio, è il presēte sestinomio, 2QC + 4QQ + 4C + 8Q + 4N + 8; e la trouata con la regola antidetta è di vn noninomio, il quale non ha che far col proposto da noi settinomio.

Dalle quali cose si conclude, che occorrendo ad alcuno per qualche necessità di trouar il lato d'vn settinomio, & operasse con la norma da lei tenuta in soluer'il suddetto primo quesito, al sicuro che, se tal settinomio non fusse per appunto il medesimo proposto

ſto nell'Analiſi, reſtarebbe ſenza dubbio ingannato, trouando vna radice per vn'altra.

Queſto è quant'occorre circa alla prima parte del Queſito: circa poi alla ſeconda, ch'è il trouar la valuta di 1N, nulla dico tanto in queſto primo Queſito, quanto ne'ſeguenti; imperoche non eſſendo inuenzione del Sig. Mag. non occorre, che di eſſa parliamo; però paſſiam'oltre al ſecondo.

Si laſcia di eſaminar il ſecondo Queſito per hauerui riſpoſto il Glorioſi.

A car. 122, dell'Analiſi ſi troua il ſecōdo Queſito, al quale per hauer ottimamente riſpoſto il Glorioſi nella ſua terza Deca, eſercitazione 5; laſciarò di dirne altro, per non repetere, & auuertire l'iſteſſo inconueniente dal ſuddetto prima di me auertito; perilche laſciatolo à parte, andaremo à car. 126, doue ſi troua la ſoluzione del terzo; e trà molte coſe, che di eſſa ſi potrebbono dire, io ſolamente la prouarò in vn ſettinomio ſimile al propoſto del Sig. Mag. cō la regola chiamata da eſſo più sbrigatiua, per veder ſe rieſce; e però, come nel primo Queſito ſi fece, in luogo del ſuo porrò queſto, cioè 8CCC — 24QCC + 30QQC — 37CC + 36QC — 54QQ + 27C; e mi ſeruirò delle medeſime parole dell'Analiſi, ſolamēte intendendo i numeri di queſto noſtro per i numeri di quello, ſiche daremo principio dalla riga antepenultima della detta car. 126.

Si proua la ſoluzione del terzo queſito con vn ſettinomio ſimile al propoſto nell'Analiſi

„ *Si pigli la ℞C del primo num. che è 8CCC, il lato C di 8 è 2, &*
„ *vn terzo di 9 eſponente di CCC è 3 eſponente di C, e però il lato è*
„ *2C. poi ſi caui la ℞C di 27C vltimo num. che è 3N per il terzo.*
„ *Il ſecondo ſi può trouare in dua maniere, prima ſi tripli il qua-*
„ *drato del primo lato che ſarà 12CC, con il quale ſi parta — 24Q-*
„ *CC: il 12 in 24 entra 2, e cauandoſi da 8 eſponente di QCC., 6*

eſpo-

» *essponente di CC resta 2 essponente di Q e verrà − perche a partire*
» *− per + viene −, e sarà la seconda − 2 Q si può anco trouare con*
» *la terza figura, che è 3 N, il suo quadrato è 9 Q triplato fa*
» *27 Q per il quale si parta − 54 QQ è vien parimente − 2 Q e però*
» *il lato sarà 2 C − 2 Q + 3 N &c.*

Questo trinomio sarebbe dunque il lato cubo del proposto settinomio, secõdo la regola più sbrigatiua del Sig. Mag. siche cubandosi 2 C − 2 Q + 3 N douerebbe ritornar'il medesimo proposto settinomio, ilche non è vero, poiche ritorna si ben'vn settinomio, ch'è questo 8 CCC − 24 QCC + 60 QQC − 80 CC + 96 C − 54 QQ + 27 C, ma non è il proposto, nè s'incontrano i numeri dell'vno cõ i numeri dell'altro; eccettuatone quattro, cioè 8 CCC − 24 QCC, che son i due primi, e − 54 QQ + 27 N, che sono i due vltimi, venẽdo i tre di mezzo molto maggiori delli tre medij del proposto da me settinomio. Dõde notisi l'inconueniente di tal regola di pigliar'il lato cubo de gli estremi solamente, poiche s'alcun principiante s'incontrasse à cauar'il lato cubo da i due suddetti settinomij, cioè da 8 CCC − 24 QCC + 30 QQC − 37 CC + 36 QC − 54 QQ + 27 C (ch'è il da me proposto) e da 8 CCC − 24 QCC + 60 QQC − 80 CC + 90 QC − 54 QQ + 27 C, con detta regola, trouarebbe, che tãto dell'vno, come dell'altro sia 2 C − 2 Q + 3 N, ilche nõ è vero, nè io sò conoscer trà essi alcuna differenza, la quale mi habbia à rimuouere dal nõ cercarla del primo settinomio, e del secondo sì, poiche se si essaminano secõdo i precetti dell'Analisi, ambidue, douerebbono hauer lato, essendo tanto l'vno, quanto l'altro di sette nomi, con vn nome +, e l'altro −, & in cia-

sche-

scheduno la somma de' numeri à numero cubo, Questo inconueniente accaderebbe à chi facesse conto della regola più sbrigatiua (com'esso la chiama), cauandola solo da gli estremi senza valersi, nè considerar' i numeri intermedij.

Si discorre del la soluzione del Quarto Quesito.

La soluzione del quarto Quesito trouasi à car. 131. della quale son contento notar solamente alcune cose, che alla medesima dottrina insegnata nell'Analisi si oppongono; affin che si conosca tuttauia più, che tali soluzioni sono de i Quesiti composti dall'Autor suddetto, al quale sapendo la loro composizione, è stato facile à valersi, e seruirsi di qualsiuoglia regola, ma dargli poi nome di generale: non sò che dirmene, non trouandola tale, se non per li suoi; il che gli approuo: Osseruisi questo nel proposto da esso quindicinomio, dal quale per cauarne la radice quadraquadrata, scriue alla riga 14.

Diffinisce come si deue puntar il proposto quindicinomio

" *Hauendosi a cauare la ℞QQ di questo num. composto con digni-*
" *tà se s'incomincia à puntare à mano dritta si punta vno sì, e*
" *trè nò, e se s'incomincia à mano manca si puntano li dua segui-*
" *ti, e poi se ne lasciano tre, e doppo l'vltimo punto ne deuono*
" *restare tre non puntati.*

E notisi quello, che immediatamente segue appresso, dicendo;

" *Però questo num. harà tre punti contrasegno; che è fatta di tre*
" *figure, &c.*

Questa particola vltima desidero, ch'ella Sig. Mag. mi dichiari come l'accorda cō quello, c'hà detto poco prima; trouando io, che nō si accordano punto insieme, anzi contradicono: percioche, se si vogliono esequir le prime parole, ò precetti, in modo niuno ne può venir

nir

nir la conseguenza ch'ella fà: *Però questo num. barà tre punti, &c.* douendo esser tale radice quadrinomio, ò quinquinomio, secondo i suoi precetti, la qual cosa gli prouo in questo modo. Mentre il moltinomio da V.S. proposto è di 15 nomi, segue che puntato, secondo il primo modo, ò precetto, incominciando à man dritta vn sì, e tre nò, ci vengono 4 punti, non altrimẽti trè, oltre che douerebbe venir l'vltimo punto nell'vltimo numero à mano manca, & in questo ne restano due senza punti, e però, secondo l'istesso primo precetto, non douerebbe hauer lato quadroquadrato il dato 15 nomio.

Similmente se si puntano i due primi a mano manca, e poi tre nò, & vno sì, com'ordina il secondo modo, ci vengono 5 punti, ne meno restano nell'vltimo tre numeri senza punto, onde meno per il secondo modo douerebbe hauer lato, e se pure per il primo, ò secõdo modo l'hauesse, douerebbe esser quadrinomio, ò quinquinomio, non trinomio. Adunque quando ella scrisse il modo di pigliar'il lato dal suddetto 15 nomio, perche sapeua, ch'era vn trinomio, nõ si curò farn'altra proua, ò esperiẽza, & osseruar se si confrontaua con quãto hauea scritto poco prima; e per questo in ogni modo scrisse: *Però questo num. barà tre pũti, &c.* ouero non si ricordò delle cose in altri luoghi dell'Analisi scritte: imperoche alla car. 64. insegnando i tre precetti (lasciati quelli, ch'anco insegna à car. 29. riga penultima), per pigliar'il lato quadroquadrato da i moltinomij, scriue alla riga 16. la progressione, che deuono hauere con le seguenti formate parole:

Progresso che deuono hauer i moltinomij p poter hauer lato, secondo l'Analisi però.

" *Terzo se haurà due figure bisogna che sia quinquinomio, se n'haurà 3. sia noninomio; e così auuanzandosi 4. quant'è l'esponente di QQ.*

Il qual ordine se noi proseguiremo più oltre, si trouarà, che se n'hauerà 4, bisogna sia 13nomio, e se 5, deu'esser 17nomio, &c. Adunque conuersamente il lato quadroquadrato del 13nomio sarà di 4. nomi, come duque dice qui hora, che la radice QQ. del 15nomio da lei proposto habbia per lato vn trinomio? nõ s'auuede di due inconuenienti? il primo, che per esser 15nomio, non cade nella sua progressione; e però escluso dal poter hauer lato (se ben dic'ella hauerlo). Il secõdo è, che mentre il lato del 13nomio deu'esser (per il diffinito) vn quadrinomio, & hor dice, che del 15nomio sia trinomio, il qual è meno di quadrinomio, vien'à operar al rouescio delle prime date regole, volendo, che il più gran nome habbia men radice, che è cosa di marauiglia à chi intende dell'Arte.

Si mostra, che secondo l'operazione dell'Autor dell'Analisi, venga à contradir à lui medesimo.

Si tratta della resoluzione del quinto Quesito.

Del quinto Quesito resoluto nell'Analisi à car. 137. ch'è di pigliar il lato quadrato cubo d'vn sestinomio, dirò poco; imperoche, pigliando l'Autore d'essa la radice quadratacuba da i due numeri estremi solamente, non facendo cõto de gl'intermedij, come si disse nel terzo quesito, ogn'vno può venir facilmẽte in cognizione del fondamento di tal regola; mentre che qual si sia de gl'altri quattro numeri intermedij, che si posponesse, ouero vno delli + si facesse −, ò il − si mutasse in +, senza toccar altro numero, nè mutar li due estremi, tal sestinomio non hauerebbe più lato quadrato cubo, e con tutto ciò sempre à cauarne la radice al modo suo, sarebbe la madesima, e però tal rego-

la è senza fondamento.

E se alcun dicesse in fauor dell'Analisi non esser merauiglia, che tal moltinomio così mutato nõ habbia più lato, secõdo vuole l'Autore d'essa, posciache se li guasta l'ordine, col quale lo propone detto Autore: li risponderei, ch'io non pretendo guastar altrimẽti l'ordine suo, poiche facendo esso solamente conto dell'agregato de' numeri, che sia quadrocubo, e de i pũti; che gran cosa è mutar vn + in – ò vn – in +, che sono cose da lui non mentouate, nè tenutone conto, nõ toccando, nè pretendendo nulla de i suoi precetti, se la regola abbracciasse tutte queste cose insieme, cioè hauesse riguardo all'ordine de i numeri, ò nomi, alle dignità, & al + e –, forse che non sarebbono tali regole cosi breui, come ha preteso far, che siano, nè io ardirei mutar i suoi ordini, e poi dir, che la regola non è buona. — Obbiezzione — Risposta.

Il sesto Quesito fù resoluto dal Sig. Mag. à car. 59; e perche in quel luogo di già hò detto alcuna cosa, non occorrerà qui dir altro. Similmente lasciando esso il settimo, e l'ottauo per vltimi à risoluerli, io ancor seguitando l'istessa traccia, lasciarò per vltimi à dir d'essi, bisognando, e qui dirò alcune cose del nono Quesito solamente, e mi seruirà per confermazione di quãto mostrai nel quinto Esame circa del nuouo suo modo di sommar le radici de' binomij, per il che desidero si osserui con attenzione, quanto dirò per mia giustificazione, e confutazione di tal regola. — Si parla del Nono Quesito, e di nuouo si confuta il modo di somman le radici de' moltinomij.

Leggasi prima la domanda nell'Analisi car. 140, ch'è la seguente, e doppo la soluzione.

Propofizione dell'Analifi.

» *Queſto quesito è Zetetico, e dice. Trouisi vn num. il cui cubato*
» *moltiplicato per 7. & à queſto prodotto gionta la moltiplicatio-*
» *ne di detto num. da trouarsi via 24. e di queſta ſomma si caui*
» *la R̷Q. e si ſalui: Poi all'iſteſſo num. da trouarsi parimente*
» *cubato, e moltiplicato per 28, s'aggiũga il prodotto dell'iſteſſo nu*
» *mero da trouarſi moltiplicato via 96, e di queſta ſomma caua-*
» *ta la R̷Q. e queſta radice ſommata con l'altra ſaluata di ſopra*
» *faccia 936.*

Si muta la propofizione dell'Analifi.

Hor, che s'è inteſa la ſua domãda, per moſtrar quãto prerẽdo, mutiamola con mutar i numeri, cioè doue dice: *Et à queſto prodotto gionta la moltiplicatione di detto num. da trouarſi via 24*, Dicaſi 96: E doue dice: *S'aggiunga il prodotto dell'iſteſſo num. da trouarſi moltiplicato via 96*. Dicaſi via 24. Poſciache il reſto del Queſito, ancorche s'intenda, conforme ſi troua notato, nondimeno la domanda hora nõ è più quella, onde facciamo la poſizione ſecõdo la fà il Sig. Mag. (la quale per eſſer buona, non la mutarò, ma ſolo hauerò riguardo à i numeri mutati), e vediamo, ſe ne dimoſtrarà alcuna differenza, ò pure ſe la ſomma de' numeri verrà la medeſima, ch'è la ſua: operiſi dunque ſecondo l'Analiſi, à car. 140. riga 15. in queſto modo.

Operazione per foluzione della fuddetta propofizione.

» *Dicaſi, che il num. che ſi cerca ſia* 1 N, *il ſuo cubato ſarà* 1 C *mol*
» *tiplicato per 7 fa* 7 C. *& il detto* 1 N *ſi moltiplichi via 96 fa*
» 96 N, *e ſommati fanno* 1 C + 96 N. *di queſti ſe ne pigli la* R̷Q.
» *non eſſendo razionale ſarà* R̷Q. (7 C + 96 N).
» *L'iſteſſo num. cubato è* 1 C *moltiplicato per* 28 *fa* 28 C, *e l'iſteſſo*
» 1 N *moltiplicato per 24 fa* 24 N, *e ſommati aſſieme fanno* 28 C
» + 24 N. *di queſte ſe ne caui la* R̷Q. *& è* R̷Q. (28 C + 24 N).

Queſta è tutta la poſizione, & operazione del Queſito, mutato al mio modo, per cõcluſione, e ſoluzione del quale ci reſta à trouar quãto ſia la ſomma di R̷Q. (7 C + 96 N) con R̷Q. (28 + 24 N), ſecondo il medeſimo Sig. Mag. il quale opera nel ſeguente modo à car. 141.

„ *Si sommino le C insieme, e li N. insieme il 7 di 7C, entra in 7, 1.*
„ *& in 28, 4 la R̸Q di 1 è 1, e di 4 è 2 sommati fanno 3, quadra-*
„ *to è 9 moltiplicato via 7 commun partitore fa 63, e 63C è la*
„ *somma di 7C. e di 28C.*
„ *Somminsi 24N, e 96N. il commun partitore è 6, che in 24. entra*
„ *4, & in 96 entra 16, la R̸Q di 4 è 2, e di 16 è 4, sommati fan 6,*
„ *il suo quadrato è 36, quale moltiplicato via 6 commun partito-*
„ *re, fa 216, e 216N. è la somma di 24N, e di 96N. e perche fur-*
„ *no quadrati, se ne pigli il lato che sarà R̸Q (63C + 216N) e*
„ *questa douea fare 936 &c.*

Siche R̸Q. (63C + 216N) sarebbe la somma del mio quesito, secondo la regola del Sig. Mag. qual somma è la medesima del suo quesito, ancorche la domanda sia diuersa; onde trouand'esso, che 1N, vaglia 24; tanto ancor viene à valer 1N, per la domanda mia, della qual cosa quando se ne farà esperienza, si trouarà non esser vero; e la causa è, perche le due radici de' binomij suddetti non si possono sommare, per non hauer l'vn binomio all'altro proporzione, come da num. quadro à numero quadrato, si come hauea prima nel quesito suo, venēdo in questo le quātità posposte, ancorche siano le medesime, ch'erano nel suo quesito. Si troua per le regole dell'Analisi che 1N, vaglia 24 e non è vero.

E per maggiormente stabilir quanto ho detto, voglio apportarne vn, altro esempio, con far la seguente domanda.

Quesito.

TRouasi vn numero, il quale settuplato, e moltiplicato per il quadrato del numero trouato, & al prodotto aggiunto 96 volte il numero trouato, e della somma preso la radice quadra, e saluata, e poi il quadrato del medesimo numero trouato, moltiplicato per 28 volte il numero trouato, & al prodotto aggiū- Quesito che si proua a risoluerlo per la regola dell'Analisi per veder come riesce la solutione.

to 24 volte il numero trouato, e della somma presa la radice quadra, come prima, e sommata con la radice di sopra saluata, tal agregato sia 396.

Pongasi, che il numero trouato sia 1N, settuplato fa 7N, questo si moltiplichi per 1Q (cioè per il quadrato del numero trouato), fa 7C, aggiuntogli 96N, fa 7C + 96N; del quale preso la radice, è ℞Q. (7C + 96N), e si salua. Doppo il quadrato del numero trouato, ch'è 1Q moltiplicato per 28N, fa 28C; à questo aggiunto 24N, fa 28C + 24N; e di tal agregato presa la radice, è ℞Q. (28C + 24N), la quale sommata con quella di sopra saluata, secondo la regola però dell'Analisi fa ℞Q. (63C + 216N); & essendo questo eguale à 396 si trouarà, che 1N vale 24 modesimamente, come prima ne gli altri due esempi superiori: il che si troua non esser vero. E se alcuno nol crede, ne faccia l'esperienza à suo modo, che trouarà, com'io dico.

Si troua che la N val ancor in lo suddetto Quesito 24. il che non è vero

E chi nō s'accorgerebbe dalle suddette proue del manifesto inciampo in tal nuouo modo di sōmare, poiche in tre dimāde, ò quesiti diuersi sempre le somme vēgon'ad vn modo? e per conseguenza la N. in ogni caso vien à valer 24, ch'è cōtra la verità, eccetto nel primo Quesito. Da qual altra causa può proceder simile nouità, se non dal non far conto l'Autor dell'Analisi, se le 24N, ò le 96N siano nell'vno, ò nell' altro binomio, purche si possino sommar frà loro? se la regola di sommar fusse buona, mostrarebbe, che differenza è dall'vno all'altro Quesito.

Seguita in ordin' appresso al suddetto Quesito l'istesso Autore ad insegnar' il modo di cauar la radice da' bino-

nomij; la qual cosa per esser già nota nulla credo vi sia da dubitare: però lasciate da parte le cose ordinarie, mi trasferisco à car. 149; doue trouandosi vn modo pensato dal suddetto Autore di cauar la radice cuba da'binomij, e quello giudicando, e trouandol'io molto più dubbioso, e difficoltoso, che se si cercasse tal radice à tastone; sarà bene, che tal mia difficoltà io manifesti à chi più di me s'intende della materia; e dopò ogn'vn segua, ò giudichi quello, che li piace.

Dà dunque il sopradetto à carte 150, riga 22. (lasciando da parte la composizione) questa regola:

Si parla del modo di pigliar il lato cubo da vn binomio secondo l'Analisi.

» *Volendo noi hora cauare la R C di 20 + R Q 392, si troui vn*
» *num. cubato, quale cauato da 20 resti il triplo del quadro della*
» *seconda figura via la prima semplice, e questo à chi ha vn poco*
» *di pratica sarà facilissima, il cubato che si può cauare da 20.*
» *sarà 8. il cui lato è 2, e questo è il primo num. del lato cubo da*
» *trouarsi cauato da 20 questo 8 resta 12.*
» *Dicasi, che il secondo num. sia 1 N. il suo quadrato è 1 Q tripli-*
» *cato, è 3 Q moltiplicato via 2 primo numero del lato fa 6 Q, e do*
» *uea esser 12, però sarà 6 Q = 12 partito vien 2, la cui R Q. per-*
» *ch'è Q = num. è R Q 2 è il secondo num però il lato, e 2 + R Q 2,*
» *come se ne può fare l'esperienza, &c.*

Se il Sig. Mag. hauesse insegnato il modo, come si ha da operar per trouar sempre quel numero cubo, che cauato da 20 resti il triplo, del quadrato della seconda figura, via la prima, veramente tal regola sarebbe da non stimarsi di poco momento: ma dicendo; *E questo à chi ha vn poco di pratica sarà facilissima, &c.* parmi, che sia quãto dir cercalo alla ventura (come farò conoscere appresso), poiche cõfesso d'essermi adoprato nõ poco tempo con quella poca pratica, c'hò per cauarla da i seguenti binomij, e mi è riuscito vano cõ la suddetta re-

All'Autore riesce vano il cercar la radice cuba da binomij per la regola posta nell'Analisi.

regola: può esser, che il mãcamento venga da me; però espongo à gli altri i medesimi binomij, & insieme il modo, c'hò tenuto, ò che tiene il Sig. Mag. acciochè giudichino da chi venga il difetto, se da me in non operar bene, ò dalla regola.

Primo saggio dell'Autore in trouar tal radice cuba.

Mi proposi di cauar la radice cuba da questo binomio: 20 + R 399; cominciai dal num. razionale, e cauai dal 20 il num. cubo 8; & operãdo il resto, com'ordina l'Analisi, trouai ch'il lato veniua 2 + R 2; ma nõ fu vero, perche cubando 2 + R 2; fa 20 + R 392; non il binomio proposto, venendo solo il num. razionale 2 o dell'vno, com'al 20. dell'altro, non però l'irrazionale.

Secondo saggio.

Supposi dopò, che il numero cubo trouato con la pratica fusse 1; operai il resto, come vuol il Sig. Mag. e trouai, che veniua il lato 1 + R 6 $\frac{1}{3}$ la qual cosa meno fu vera, poiche cubato questo numero nõ faceua il binomio proposto, come pensauo: lasciai poi di tentar altro per via del numero raziona le, 20. (nõ dandomi l'animo di trouar altri numeri cubi intieri tra, o. e 20 de i due. 1, e 8.), e m'ingegnai trouar detta radice per via del numero irrazionale. R 399, secondo però s'insegna nell'istessa Analisi car. 151, riga 14, e pur fu vano il mio operare: imperoche non seppi trouar alcun numero cubo comunicante con R 399, si che per la suddetta regola mi fu impossibile à trouar il lato cubo del proposto binomio 20 + R 399; onde lasciando di cercarla più da questo, me ne proposi altri cinque: il primo de' quali fu 20 + R 373; il secõdo 20 + R 336 il terzo 20 + R 275; il quarto 20 + R 184; & il quinto fu 20 + R 57: Et in ciascheduno prouai la suddetta regola:

Si propongano 5. binomij ne i quali fu prouata la regola dell'Analisi e mai riesci.

gola, tanto per i numeri razionali, quãto per l'irrazionali, e nõ mai potei trouar il lato cubo di alcun d'essi, ancorche tutti habbiano il numero razionale 20. ad vnguẽ, come nell'esempio addotto dal Sig. Mag. che però douea esser più facile il trouarlo.

Dubbitai poi, se fussero binomij cubi li da me proposti, poiche quando non fussero tali, sarebbe stata temerità la mia il cercar l'impossibile cõ tal regola, e doppo dannarla. Ma di questo ancor presto restai chiarito, imperoche il quadrato del numero irrazionale, o nome minore sottratto dal quadrato del nome maggiore in tutti li suddetti binomij sempre resta numero cubo, cõforme vuole l'Analisi, car. 151. riga 9; siche tal dubbiezza mi passò, e restai confermato, che il difetto non vien da' binomij proposti: potrebb'esser, che li numeri cubi communicanti da trouarsi fussero numeri rotti, i quali douẽdosi cercar per pratica, sarebbe quanto il trouar il lato cubo alla ventura, e senza regola. E che sia vero, quant'ho detto, e di questa verità vẽga à notizia ancor'il Sig. Mag; li propongo questo binomio cubo 4 + ℞ 8, accioche per la sua regola ne caui la radice cuba. Si proponé vn binomio, accioche l'Autor dell'Analisi per la sua regola ne caui la radice cuba.

Douẽd'io insegnar il modo, ò regola generale per estrarre la radice cuba, mentre che rifiuto la suddetta, non vorrei, che paresse strano à chi legge, se hora dicessi loro tutto il contrario, cioè, che non dò la regola, per esser' impossibile à darsi generale; poiche lo dimostrarò; e così ciascuno conoscerà, che non dico di nõ potersi, perche io non la sappia, ma che non sò la regola, perche non si può.

Con tutto ciò non vò lasciar di porre vn certo modo di trouarla per Algebra, facend'vna posizione, che sempre ne conduce all'equazione, ò Capitolo di C; N;. e numero, e chi trouasse regola generale per il detto cap. senza però valersi del pigliar il lato cubo del binomio, e suo residuo, com'in detto cap. occorre, trouarebbe sempre la radice cuba di ogni binomio cubo, come vederassi appresso.

Si ricorda vna cosa auuertita da altri Autori ancora.

Mà prima di venir a gli esempi di questo mio modo, piacemi d'accennar vna cosa auuertita d'altri Autori ancora, & è, che se si proponesse vn binomio tale, che la differenza de' quadrati delle parti fusse, per esēpio, 2, e poi tal binomio si cubasse, la differenza de' quadrati delle parti del cubo risultato non sarebbe altrimenti 2, mà quāto il cubo di 2, cioè 8, e se la differenza de' quadrati delle parti della radice fusse 1; ò 3, la differenza de' quadrati delle parti del cubo sarebbe 1, ò 27, cioè quanto il cubo di 1, ò di 3, &c.

Esempio; se si propone questo binomio 2 + ℞. 2, che la differenza de i quadrati delle parti, è 2, se tal binomio si cuba, fa 20 + ℞. 392, che si vede la differenza del quadrato di 20, qual'è 400, al quadrato di ℞. 392, ch'è 392, esser 8, quanto è il cubo di 2 (differenza de i quadrati del lato).

Dal quale auuertimento notinsi conuersamente due cose: la prima, che se sarà dato vn binomio cubo, per esempio, il fatto di sopra, che fa 20 + ℞. 392, perche la differenza de i quadrati delle parti 20, e ℞ 392, è 8; il quale numero è cubo, si caua detto binomio esser stato fatto da vn binomio tale; che la differēza de i qua-

dra-

drati delle parti era 2;cioè quanto la radice cuba di 8.
Secondariamente cauisi, che se tal differenza, ò eccesso de i quadrati delle parti del cubo sarà del num. razionale,ancor nella radice di tal binomio il num. razionale quadrato,doueua superar il quadrato dell'irrazionale. E se nel binomio cubo l'eccesso è dell'irrazionale; nella radice di tal cubo l'irrazionale quadrato veniua à superar' il quadrato del razionale,&c. la qual cosa è ancor auuertita dal Girardi,& altri.
Esempio: sia dato il binomio cubo 10 + ℞ 108; perche il quadrato dell'irrazionale,ch'è 108,supera di 8 il quadrato di 10,ch'è 100. Dicasi la radice di tal binomio esser due numeri tali,che il quadrato dell'irrazionale supera 2 (quanto è la radice cuba di 8) il quadrato del razionale,e quelli numeri vniti col +,ò col − (secondo ch'è il binomio dato) saranno il lato cubo del dato binomio. Il lato del suddetto è 1 + ℞ 3; imperoche il quadrato dell'irrazionale,ch'è 3, supera di 2 il quadrato del razionale, ch'è 1 &c.
Intesi li già detti ricordi, dirò hora il mio pensiero, qualunque si sia,ponendone alcun'esempi, auuertend' il lettore, che questo modo non ponga io per cosa facile,ò per regola nuoua,tenendo per impossibile,com' appresso mostrarò,di potersi trouar per regola generale;ma lo pongo,e dò per generale,quādo dell'equazione di C;N;e numero si trouasse regola vniuersale, che chi intende dell'arte conoscerà se sia vero quanto dico; e la differenza che è da questa alla regola dell' Analisi;poiche in quella la posizione non abbracciādo altro,che vn solo nome del binomio, non è mera-

L'Autore pone il suo pensiero nō però per facile a praticarsi, ma si bene per generale.

uiglia, che non riesca sempre, douendo detta posizione abbracciar ambidue li nomi, come quest'abbraccia.

Regola per cauar il lato cubo da vn binomio.

Regola di cauar la radice cuba da vn dato binomio

Essempio primo.

PRopongasi di cauar la radice cuba da questo binomio, 7 ⊹ ℞ 50; perche il quadrato del numero irrazionale ℞. 50, ch'è 50. supera il quadrato del 7, numero razionale, ch'è 49 di vna sola vnità, il qual è numero cubo, dicasi, che il lato di tal binomio siano due numeri tali, ch'il quadrato dell' irrazionale superi di vna sola vnità il quadrato del razionale, però facciasi questa positione.

Posizione per trouar tale radice.

Pongasi, che il num. razionale sia 1N; adunque l'irrazionale sarà la radice del quadrato di questo, più 1; cioè ℞(1Q ⊹ 1); onde tutto il lato sarà 1N ⊹ ℞(1Q ⊹ 1), imperoche i loro quadrati, che sono 1Q, & 1Q ⊹ 1 si eccedono trà di loro di 1; e l'eccesso è del num. irrazionale; E perche il numero razionale di ogni binomio cubo vien dalla somma del cubo del razionale del suo lato, e dal quadrato dell'irrazionale via il triplo del razionale (la qual cosa per esser assai nota, e posta ancor dal Sig. Mag; non ne dico altro particolare); però cubato 1N. posto per il numero razionale del lato fa 1C; quadrisi ℞(1Q ⊹ 1), fa 1Q ⊹ 1: questo si moltiplica via il triplo del numero razionale, che fu posto 1N, cioè per 3N, fa 3C ⊹ 3N; il qual cõgiunto col cubo di sopra, fa 4C ⊹ 3N: ma douea esser, quanto il numero razionale del dato binomio, ch'è 7: adunque 4C ⊹ 3N sono eguali à 7, diuiso ogni cosa per 4, & accommodati per l'isomeria, si troua 1C ⊹ 3N. eguale

à

à 14;onde per le regole del Vieta 1N, vale 2;e perche l'Isomeria fu dupla, però diuiso 2 per 2, ne darà 1 per valor di 1N:adunque il numero razionale è 1, e l'altro è ℞.2. Imperoche il quadrato di ℞.2, ch'è 2 supera di vna sol vnità il quadrato di 1;siche 1 + ℞.2 è il lato cubo del proposto binomio 7 + ℞.50. e se fusse stato 7 — ℞.50, sarebbe il suo lato 1 — ℞.2.

Propongasi di cauar il lato cubo da 81 + ℞.6534;si quadrino le parti, fanno 6561. la maggiore è 6534, la minore: si sottri la minore dalla maggior quantità, resta 27;il qual numero è cubo, & il suo lato è 3;e perche il quadrato del numero razionale è quello, che supera il quadrato dell'irrazionale, però si trouino due numeri tali, che il quadrato del razionale superi il quadrato dell'irrazionale di 3. Pongasi, che il raziouale sia 1N, l'irrazionale sarà ℞.(1Q — 3); percioche il quadrato di 1N, ch'è 1Q. supera di 3 il quadrato di ℞(1Q — 3), ch'è 1Q — 3. Cubisi 1N, fa 1C, quadra ℞(1Q — 3), fa 1Q — 3, moltiplica questo per il triplo di 1N, cioè p 3N fa 3C — 9N, al qual aggiũto l'1C di sopra, fa 4C — 9N, & douea esser 81, però sarà egual ad 81;diuiso ogni cosa per 4, & operata l'Isomeria, si troua, che 1C — 9N. son eguali à 162; e per le regole del Vieta si troua, che 1N val 6, qual diuiso per 2, per rispetto dell'Isomeria, ne viene 3 per la valuta del numero razionale;e perche il quadrato di questo supera di 3 il quadrato dell'irrazionale, però quadra 3: fa 9;leuane 3, resta 6;e ℞.6 sarà l'altro numero, e per conseguenza tutto il lato sarà 3 + ℞.6 del proposto binomio 81 + ℞.6534;e se fusse stato 81 — ℞.6534 il bino-

Essempio secondo.

Posizione.

nomio proposto, il suo lato sarebbe 3 — R 6.

Terzo esempio.

Propongasi 9 + R 80, dal quale si debba cauar la radice cuba, mentre che il quadrato di 9 supera di 1. il quadrato di R 80; si trouino due tali numeri, che il razionale quadrato superi il quadrato dell'irrazionale di vna sola vnità, e che habbiano l'altre condizioni necessarie (ch'altrimenti à trouar due numeri con simil condizione sarebbe molto facile, il che deuesi auuertir anco per gli altri dati esempi). Poni ch'il razionale sia 1N, adūque l'irrazionale sarà R (1Q — 1) cuba 1N, fa 1C. quadra l'irrazionale, fa 1Q — 1 moltiplicalo per 3N. (triplo di 1N), fa 3C — 3N; al qual'aggiunto 1C, fa 4C — 3N, e sarà eguale a 9; seguisi, come di sopra, si trouerà, che 1N val $1\frac{1}{2}$, e questo sarà il numero razionale: si quadri, fa $2\frac{1}{4}$, e perche questo superaua d'vna sol'vnità l'irrazionale, sarà quello R. $1\frac{1}{4}$, e la radice del proposto binomio è $1\frac{1}{2}$ + R $1\frac{1}{4}$; dalche notisi esser possibile, ch'vn binomio di numeri rotti ridotto à cubo può far vn binomio di numer'interi; e conuersamente, &c.

Posizione.

Quarto esempio.

Propongasi per vltim'esempio vn binomio tanto facile, cioè di numeri tanto breui, che si possi cauar quasi à mente la sua radice cuba; sia tal binomio, 4 + R 8: facciasi la posizione, come di sopra con l'altre cose necessarie, e si trouerà 1C — 6N egual'à 8. della qual equazione lascio ch'il Sig. Mag. troui il valor di 1N, del che aspetto risposta nel publico teatro Aritmetico, se pur di questa grazia sarò compiaciuto. In tanto le ricordo, Sig. Mag. ch'ella ha scritto, che quando la differenza de' quadrati delle parti d'vn binomio è nume

Si lascia vn equazione acciocche il Sig. Mag. ne troui il lato, o valore di 1N.

ro

ro cubo, quel tal binomio hà lato; si che essendo la differenza de quadrati, del suddetto binomio 8; qual è numero cubo, necessariamente tal binomio deue hauer lato, vna parte del quale sarà numero razionale, onde il valor della N. nella suddetta equazione, ch'esprime tal num. deu'esser ancora razionale, siche non varrà lo scusarsi con dir, che per esser irrazionale, il valor di 1 N. non possa trouarsi per la regola del Vieta. Hora si venga alla dimostrazione dell'impossibilità del potersi cauar il lato per regola generale, &c.

Dimostrazione Geometrica, perche dal binomio cubo non si possa cauar la radice cuba generalmente.

Si dimostra Geometricamente perche dal binomio cubo non si possa pigliar il lato.

DIasi che s'habbia da pigliar il lato cubo, per esempio, dal binomio 32 + ℞ 1016 notato A. Intendasi vn'altro binomio cubo, B, fatto dal lato, E, preso à nostro arbitrio. Essendo dunque li due dati binomij, A, e B, ambidue cubi per il supposito, auuiene per la 12 dell' 8, che tra essi cadano due numeri medij proporzionali, siano quelli C, D. Adunque essendo B C D A in cõtinua proporzione, segue per la 26. diffinizione del settimo che la proporzione di B. ad A, sia triplicata di quella, ch'è da B. à C: ma per la medesima 12. dell'8. ancor la proporzione dal cubo B, al cubo A, è triplicata di quella del suo lato cubo, cioè di E. al lato cubo di A. Onde per l'equalità delle proporzioni è come B, à C, così E (lato cubo di B) al lato cubo di A; siche essendo note le due quãtità B, & A, se trà quelle si trouassero le due medie, C, D, essi facil-

B: 90 + ℞ 8092: C: D,	A: 32 + ℞ 1016
E: 3 + ℞ 7	F..........

cesse, come, B, à C, così E, ad altra per esẽpio ad F, questa sarebbe il lato cubo del proposto binomio A. Ma tal'inuentione delle medie sin'hora non si sà, adunq; segue, che à trouarsi F. per regola Geometrica, e generale sia impossibile.

Obiezzione alla suudetta dimostrazione.

E s'alcun opponesse. che non milita questa mia conclusione ne i numeri, poiche trà due dati numeri si trouano due, e più medij, dimodoche questi de'quali parliamo, essendo numeri, non sarà così difficile à trouar due medij, come da me si fa, saltando dalla dimostrazione Geometrica à i numeri.

Risposta all'obiezzione.

Rispondo esser vero, nè io nego, che trà due dati numeri non si trouino due medij, ma osseruisi, che per trouarli bisogna in ogni modo cauar la radice cuba da qualche numero, e ne i binomij cauarla da vn'altro binomio (come si dirà, e mostrarà cõ gli esempi) ch'è il medesimo, che si cerca; imperoche dato primieramente, che trà due numeri razionali, 16, e 2, s'habbiano da trouar due medij; benche le regole per ciò fare siano diuerse, nondimeno la più comune, ò più breue è, che si quadri vn de gli estremi, per esempio 16, fa 256, e questo si moltiplica per l'altro, ch'è 2, fa 512, la radice cuba del qual è 8, e 8 sarà il maggior de i due medij, che si cercano. Per trouar l'altro, ò il minore si quadra 2. fa 4, si moltiplica per 16, fa 64, e la radice cuba di 64, ch'è 4 sarà l'altro medio, il qual si potrebbe ancor trouare moltiplicandosi l'estremo 2 per il medio trouato 8, che sarà 16, e la radice di 16, pur è 4.

Hor se la medesima regola operaremo in due binomij,

e tro-

ci trouaremo dal bel principio, imperoche proposto, che s'habbiano à trouar due medij trà li due dati binomij di sopra, B. 90 + R. 8090, & A. 32 + R. 1016. la regola è di quadrar B, che farà vn'altro binomio per quello, che si deduce da varie propositioni del 10. il quale quadrato moltiplicato per il binomio A, farà medesimamente vn binomio, imperoche il binomio A, non è residuo del binomio B, (che se ciò fusse sapédosi il lato di B, si saperebbe quello di A.), di questo poi si pigli la radice cuba, e sarà vn de i medij, mà per pigliar la radice cuba di questo binomio, è l'istesso, che si cercaua da principio, Adũque per trouar la radice cuba di vn binomio, essendo necessario il saper cauar la radice cuba d'vn altro binomio, è il cercar idem per idem, e però con questo credo d'hauer sodisfatto all'obiezzione, e confermata la mia dimostrazione, che tal radice non si possa cauar senza l'inuenzione delle due medie.

Ho voluto mostrar questa impossibilità per leuar l'occasione a molti di perder il tempo intorno a tal inuenzione, sapendo, che non pochi vi hanno consumato il tempo, & il ceruello, e come dicesi per prouerbio: *Oleum & operam perdiderunt*: e stimo, che non sia per esser discaro tal auuertimento alli studenti. E s'alcun viuea con speranza d'arriuarci, com'vn tempo ſo son vissuto io, & hora le sia strano il priuarsi di tale speranza, habbia pazienza, e s'impieghi in altro, che forse li sarà di maggior profitto.

L'Autore ha posta tal dimostrazione d'impossibilità per leuar l'occasione à molti d'affaticarsi senza frutto.

Hora tornando al nostro primo proposito, per corroborar tuttauia più ciò, che con tante autorità ho prouato

nel primo esame, circa alla non buona opinione di quei, che dicono, che à moltiplicar numero Cossico razionale per irrazionale, nō si debba quadrar ancora la dignità, mostrarò quì, come per transennā vn'equiuoco dell'Autor dell'Analisi per far riuscire la sopradetta opinione, secōdo si troua hauer detto altroue.

L'Autor dell'Analisi conferma l'opinione confutata nel primo esame.

Ma prima leggasi in detta opera car. 151. riga antepenultima la confermazione di tal opinione, e dopò mostrarò l'Equiuoco.

" *Qui si noti per confermatione della mia opinione conforme à*
" *quella del Bombello, che à moltiplicare vn num. con dignità via*
" *R̷Q. si deue solo quadrare il num. e non la dignità, se noi qua-*
" *drassimo l'vno, e l'altro, come nel presente caso hauemo 3Q e s'ha*
" *da moltiplicare via R̷Q2. il quadrato di 3Q sarà 9 QQ via*
" *R̷Q2 fa R̷Q18 QQ, & haremo R̷Q18 QQ = R̷Q288, à*
" *partir 288 per 18 vien R̷Q16, & è R̷Q il cui lato è 4, dal*
" *qual 4, essendo QQ = num. bisogna cauar la R̷Q due volte, la*
" *R̷Q di 4 è 2, e la R̷Q di 2 è R̷Q2, e R̷Q2 sarebbe il valore di*
" *1N, & il primo numero del lato, ilche è falso.*

Del qual discorso esaminaremo dalla parola: (*Et haremo R̷Q18QQ = R̷Q288.*) in giù, stādo quiui nascosto l'ambiguo. Dice ella Sig. Mag. che à partire 288. per 18 viene R̷Q. 16, il che è vero mà il soggiūgere: (*& è R̷Q. il cui lato è 4, dal qual 4, essendo QQ = num. bisogna cauar la R̷Q. due volte, &c.*) qui mi par ch'ella scambia le carte, imperoche hauendo diuiso R̷. 288 per R̷. 18QQ, l'auuenimento, qual è R̷. 16 sarà il volere di R̷. 1QQ; e se si piglia il lato da vna parte, bisogna pigliarlo dall'altra, onde presa la R̷. d'ambedue, cioè da R̷. 1QQ, & da R̷. 16, sarà 1Q eguale à 4, e di nuouo presa la R̷. d'ambedue, vien 1N eguale à 2, poiche la proporzione, che han R̷. 18QQ à R̷. 288, la medesima ha R̷. 1QQ à R̷. 16, e

Equiuoco del suddetto.

pe-

però 1N. sarà eguale à 2. E quello, che si debba pigliar la ℞Q. prima da 16, e doppo eguagliarla à 1QQ, ve l'aggiunge V.S. per far venire la cosa à suo modo, non ordinando così la regola, poiche secondo la regola Geometrica, trouandosi ℞. 18 QQ eguali à ℞ 288, si deuono quadrar ambe le parti, e pur saranno eguali, & 18QQ verrãno eguali à 288 num. onde diuiso 288 per 18QQ, ne viene 16 per valuta di QQ, come prima, & 1N valerà 2. non altrimenti ℞ 2, si che la regola da lei posta mi par che l'habbia tirata al suo disegno, e non sia la comune, e dimostrata, e per conseguenza non è merauiglia, se torna, com'ella vuole.

Segue poi l'autor sopradetto nell'istesso luogo sin' alla car. 158. ad insegnar il modo di pigliar il lato QQ, e QC da vn binomio, delle quali regole hò pensato nõ dir altro, poiche ogn'vno da se medesimo s'accorgerà, quanto sia facile, ò difficile il trouar quei numeri così conditionati, & il valor di 1N, com'ordina, e con facilità opera l'Analisi ne' binomij, e trinomij dati per essempi dall'Autore; perilche mi trasferisco à car. 159, doue si troua la regola di cauar la radice quadra da vn trinomio composto di numero, e ℞ C. &c, in tre modi diuersi, i quali hauẽdo prouati per certa occasione in varij trinomij, non ho mai potuto trouar la strada di cauarla, quantunque io ci habbia messa diligenza maggior dell'ordinario, e se bene haueuo pensato di tralasciar di dirne alcuna cosa anco di questo, per nõ saper io doppo darne regola generale di cauarla da simili trinomij, tuttauia perche non credo d'hauer io preterito punto dette regole, stimo nõ superfluo l'au-

Si discorre del modo tenuto nell'Analisi in cauar la radice da vn trinomio.

uisarne il lettore, con farne vedere l'esperienza ne gli esempi d'alcuni trinomij.

Però propongasi primieramẽte di voler cauar la radice da questo trinomio 4 ✝ ℞C32 ✝ ℞C2, per le regole nella detta car. 159 dell'Analisi registrate. Se si caua per la prima delle trè (le quali io lascio di registrar per non tediar chi legge), pigliando la radice di 4, primo numero, e di ℞C. 2 vltimo; ne viene per il lato 2 ✝ ℞QC. 2. Se si piglia per la secõda. ne viene 2 ✝ ℞C. $\frac{1}{2}$, e se per la terza, ne vien ℞Q. 2 ✝ ℞QC. 2. Hor domando all'Autor dell'Analisi, qual di questi trè auuenimenti sia la vera radice del proposto trinomio?

Si propone vn trinomio e si proua con la suddetta regola se da esso si possa pigliar la radice, e se ne trouano tre diuerse, e niuna è la vera.

Dubbito, che non mi possa rispondere, nè tengo sia per dire, che tal trinomio non è quadrato, e che per questo non si può da esso pigliar il lato per le sue regole, essendo che, se ciò dicesse, sarebbe friuola risposta, poiche la radice del proposto trinomio è ℞QC. 32 ✝ ℞QC2; come può veder in pratica, chi vuole, quadrãdo ℞QC. 32 ✝ ℞QC2.

Et acciochè meglio si conosca questo trinomio proposto non esser singolare, ò particolare, ne proporrò due altri (lasciando i molti, che m'obligo à proporne bisognãdo), vno de' quali sia 8 ✝ ℞C. 1024 ✝ ℞C. 4. la radice di questo trouata per il primo modo dell'Analisi sarebbe ℞Q. 8 ✝ ℞C2, trouata per il secondo sarebbe ℞Q. 8 ✝ ℞CC. 32. e per il terzo, sarebbe 4 ✝ ℞C 2, e pur l'esperienza ne dimostra niuna esser la vera radice del trinomio proposto, essendo la radice vera ℞C. 32 ✝ ℞C2.

Si propone vn altro trinomio, e si esamina come di sopra.

simil accade, se si vuol pigliar il lato da quest'altro trino-

nomio 9 + R̷C 864 + R̷C 432. trouandosi, che per la prima regola ne risulta 3 + R̷QC432. per la seconda, 3 + R̷C4, e per la terza, R̷Q. 3 + R̷. QC 432, e niuna di dette trè quantità è il vero lato, poiche il lato di quello è vn altro trinomio tale R̷C16 + R̷C4 + 1.

Terzo trinomio il quale si esamina cô le regole dell'Analisi si sà possibile à pigliarne la radice.

Quest'esorbitanze auuengono à me, quando da' già detti trinomij voglio cauar la radice per le regole dell'Analisi, e perche, conforme di sopra io dissi, parmi di non hauer errato altrimenti nell'operare, hò voluto mostrarlo a gli altri. Potrebb'esser però, che l'Autore di detta opera l'intend'altrimenti, del che desidero sentirne la sua opinione nel publico Teatro Aritmetico promesso da lui, nel quale hauerei anco particolar gusto trouar la regola generale di cauar la radice da questo binomio 5 — R̷C 4, & altri simili, non sapendola io per altro, che per alcuni particolari da me à mio gusto quadrati. In tanto passiam'altroue.

Si propone vn binomio, acciò che nel teatro Arimetico si risponda, quanto sia la sua radice.

Trouasi alla car. 169. il Quesito ottauo, del quale direm' ancor qualche cosa, prima di compir questa nostra poca fatica per sodisfazione, e profitto, di chi non cosi versato in Algebra desidera intender la verità delle cose ambigue, per non allucinarsi, ò mettersi in laberinto con pericolo di non trouar mai la strada da vscirne: per tanto notinsi ancor quì le regole, ò precetti per cauar la radice de i quadrinomij simili all' Ottauo Quesito, il quale noi notaremo, e doppo andaremo discorrendo al solito circa di quello, che ci par, che non possa star alla proua. Il Quesito dunque e tale.

Si esamina la soluzione dell' ottauo Quesito.

Trouisi la R̷Q di 57 + R̷Q980 + R̷Q588 + R̷Q60: Sapia-

" *piasi primo, che il lato di questo quadrinomio è un trinomio,*
" *secondo, che 57 è la somma delli quadrati di tutti tre li numeri.*

E poi appresso ne caua la radice in due modi, e fa particolar conto del secondo, per esser (com'egli dice) più facile assai: hor quãto tal modo facile sia senza profitto, si vederà appresso. Dico senza profitto, imperoche se venisse il bisogno ad alcuno, massime principiãte, di cauar la radice da qualche quadrinomio simile, come più volte è accaduto à me; e volesse operar la regola, e precetti dell'Analisi, più delle volte trouarebbe, che non la douerebbe hauere; e pur la pratica ne mostra il contrario, cioè, che l'hà, e nõ solamente tal radice sarà alle volte trinomio, mà quadrinomio ancora; le quali cose tutte appresso si notificaranno; si che quelli, che si seruissero di tal regola, e precetti, restarebbono col tempo perso senz'auuedersene.

Meglio era à mio parere, che l'autore operasse anco quì quella regola, ch'adopra nel settimo Quesito, che segue alla car. 175, la quale egli ha torto à biasimar, che poi anch'esso se ne preuale nel suddetto luogo cõ lodar la sua solamente, scriuendo a car. 170, riga 23.

L'Autor dell'Analisi biasima la regola di cauar la radice da moltinomij, che vn certo dell'arte professaua insegnarli, e poi se ne preuale nel Quesito che segue.

" *E questa è la vera solutione dell'ottauo quesito nostro stampato,*
" *senza operare quella, che pur vna persona pretendeua insegnar-*
" *mi, se ben disse mostrarò quì il modo, non curandomi d'insegnar-*
" *lo à chi non lo sà, io che lo sapeuo più breue, e più facile non*
" *l'hò imparato, nè me ne sono seruito.*

Quella persona veramente fece male ad insegnarlo à chi ne sapeua vn altro più facile, e più breue; se bene quanto parmi, questi hà fatto poco bene, à disprezzarlo; tuttauia quel valersene appresso nel settimo suo Quesito, mostra vn non sò che di tacita approuazio-

ne

ne della regola, che se non fusse stata buona, nō se ne sarebbe seruito. Dalche si caua, che non douea quel tale seruirsi mai di regola statagli d'altri insegnata, per poter dire, che non volse adoperarla, per non hauerne bisogno. Ma sia come si voglia, questo importa poco: veniamo alla sostanza, & essaminiamo la breuità del modo, che V. S. tiene, e prima notiamo i tre precetti, che dà per tal breuità, à car. 171, e per conoscer quando vn quadrinomio ha lato, e dopò proporrò due quadrinomij da cauarn' il lato, e desidero, ch'ella sia giudice, se per i suoi precetti sarà, ò non sarà possibile à cauarne la radice. I precetti ch'ella dà sono questi.

Precetti dell'Autor sudetto per cauar la radice da quadrinomij.

" *Il primo è, che il quadrato del primo num. è maggiore del quadrato di ciaschedun'altro num. Il secondo è, che à moltiplicare la metà del quadrato del primo delle tre R via il quadrato della metà del secondo, e partito per il quadrato della metà del terzo venga num. rationale, e quadrato. Terzo, e questo stabilisce la cognitione, che li tre quadrati sommati assieme faccino quanto è il primo num. de' quattro che dicessimo esser la somma di tutti tre i num. che fanno, e constituiscono il lato.*

Stante i quali precetti propongo da esaminare questo quadrinomio $4 + R\,56\frac{2}{3} + R\,32 + R\,24$, e domādo se per i suddetti precetti se ne possa pigliar il lato, ò pur non si possa prenderlo. Io credo di nò; perche secondo il primo precetto, il quadrato del 4 numero razionale è minore del quadrato di ciascheduno dell'irrazionali, e douerebbe esser maggiore per hauer lato; siche manca la prima condizione, la seconda veramente non manca, imperoche preso la metà di $R\,56\frac{2}{3}$ primo irrazionale; è $R\,14\frac{1}{12}$; la metà di $R\,32$ se-

Si essaminano li precetti dati nell'Analisi in vn quadrinomio, e si troua esser impossibile ad hauer lato, e si troua il contrario.

secondo, è ℞8; e la metà del terzo; cioè di ℞24, è ℞6: i quali numeri quadrati, fanno $14\frac{1}{12}$: 8: e 6: e moltiplicato $14\frac{1}{12}$ metà del primo per 8 metà del secondo, fa $112\frac{2}{3}$. e questo partito per la metà del terzo che fu 6; ne viene $18\frac{7}{9}$, il qual numero è quadrato, e la sua radice è $4\frac{1}{3}$ per il quale diuiso $14\frac{1}{12}$ quadrato della metà del primo irrazionale, ne viene $3\frac{1}{4}$; e per il medesimo $4\frac{1}{3}$ partito 8. quadrato della metà del secondo, ne viene $1\frac{11}{13}$: si che se fusse possibile, le radici di questi trè numeri, cioè ℞$4\frac{1}{3}$ + ℞$3\frac{1}{4}$ + ℞$1\frac{11}{13}$, tanto sarebbe il lato del proposto quadrinomio: ma perche la somma de' quadrati di questi numeri fa $9\frac{67}{156}$, e deu'esser 4, per il terzo precetto, però si concluda, secondo ch'ella medesima afferma alla car. 172. riga 9, tal quadrinomio non potere hauer lato, per mancarle la terza condizione, ch'è la più importante. Ma quando si mostrasse, che l'hà, & anco s'insegnasse la regola per cauarnela, che direbb'ella al lettore in sua difesa? Hor sappia, che la radice del proposto quadrinomio è questa: ℞QQ12 + ℞QQ.$5\frac{1}{3}$ + ℞QQ.3; e la regola s'insegnarà nel primo esempio delle regole, che si daranno qui appresso.

Vera radice del proposto Trinomio.

E per mostrar, che il superior quadrinomio da me proposto non sia fatto à posta, ouero vnico al mondo, come forse ad alcuno caderà in pensiero, venendo il difetto, se io non erro, da' precetti, nō dal quadrinomio, voglio proporne vn'altro, cioè 24 + ℞5 40 + ℞5 12 + ℞48 0; il quale se esaminaremo nel modo di sopra, trouaremo similmente esser escluso dal poter hauer lato; imperoche lasciata la prima cōdizione, che vi è, es-

Si propone vn altro quadrinomio il quale si esamina al modo di sopra, e si troua che non ha lato,

essẽdo il quadrato di 24.(num.razionale) maggior di ciascheduno de gl'altri num.quadrati, se verremo poi alla seconda pur vi è; essendo che la metà di ℞.540 è ℞135; la metà di ℞512 è ℞128, e la metà di ℞480 è ℞120, le quali metà se si quadraranno, e si moltiplicarà 135, per 128, sarà 17280, e questo diuiso per 120 ne viene 144, ch'è numero quadrato, la cui radice è 12; siche la radice di 12 può esser vno de' numeri del lato quando vi fusse la terza condizione. Hor partisi 135 per 12, ne vien 11 $\frac{1}{4}$ per il secondo, e per il medesimo 12 diuiso 128, ne risulta 10 $\frac{2}{3}$ per il terzo, onde questi tre numeri fanno sommati insieme 33 $\frac{11}{12}$; ma douerebb'esser 24, quanto è il numero razionale, per poter hauer lato, adunque mancandogli questa terza condizione, si concluda, secondo i suoi precetti, non hauer lato, e pur trouasi il contrario, poiche non solo ha lato, ma di più è vn quadrinomio, come nel secondo de' seguenti esempi si potrà vedere. D'onde segue per conseguenza, che tali suoi precetti non siano generali, altro che per i moltinomij da lei proposti, ond' è stato bene auuisarne il lettore, e massime chi senza altro auuertire si fusse ingolfato in tali regole, e precetti cõfidato nella generalità, e breuità, che se li promette, non essendo poi così, come si è mostrato.

Io (Sig. Mag.) quando hauessi voluto risoluere qualche quesito con regola particolare, hauerei sì bene posta tal regola per soluzione del mio quesito solamente, e di ciò hauerei auuertito il lettore, donde ne sarebbe seguito, ch'io non hauerei dato da dire, nè stimatomi vergogna il porre vna regola, e dopò dir, che nõ è ge-

nerale, anzi giudicato ciò m'hauerei à prudenza, imperoche hauerei mostrato essermi accorto dell'ambiguità, massime trouãdo di ciò esempi in molti valẽt' huomini in diuerse sciẽze, e nella materia da noi trattata è chiaro quello del Boteone à car. 137, doue ponẽdo vn certo modo insolito di partire vna quãtità Algebrica per vn'altra, soggiunge dopò in questa guisa.

Il Boteone pone vna regola particolare di partire, e n'auuisa il lettore accioche non la tenghi per Generale.

» *Est tamen quod intelligas modum duobus exemplis proximè da-*
» *tum non generaliter habere locum in omni partitore composito.*

Il qual auuiso al mio giudizio non è da stimarsi poco, leuando l'occasione allo studente di lamentarsi, e mormorar di lui, quãdo hauesse voluto far' altre partizioni con la medesima regola, e non li fusse riuscito, essendo già stato auuertito tal regola non esser generale. Hor venghiamo alla nostra regola vniuersale per cauar la radice da vn binomio, trinomio, quadrinomio, quintinomio, &c.

Regola generale per cauar la radice quadrata da vn moltinomio che sia quadrato.

Regola generalissima per cauar la Radice da qualsiuoglia moltinomio quadrato composto da numero irrazionali, e razionali.

Se definisce che cosa s'intẽda per numeri irrazionali, e razionali in vn moltinomio

PRima che si vẽga à gli esempi, sarà bene, che io m'esplichi, che cosa da me s'intenda per numeri irrazionali, e razionali. Intendo in questo luogo per numero irrazionale la radice quadra, ouero la quadra quadrata di qualche numero senza dignità Algebriche, & il razionale intẽdo il semplice numero. Onde chiamo moltinomio composto da numeri irrazionali, e razionali quello, che hà i suoi nomi parte razionali, e parte irrazionali di ℞Q, ò di ℞QQ, la combinazione de' quali nomi può esser in 6 modi.

pri-

Prima, se li nomi sono: Numero; ℞Q; e ℞QQ. Secondo, se sono tutti ℞Q. Terzo se sono tutti ℞QQ. Quarto, se sono numero, e ℞Q. Quinto, se sono numero, e ℞QQ. Sesto, & vltimo, se sono ℞Q, e ℞QQ. In Qualunque moltinomio quadrato dunque composto da numeri delle suddette specie, sempre la regola sarà, come la seguente.

Propongasi di voler cauare la radice dal primo quadrinomio esaminato di sopra, cioè da 4 + ℞ 56 $\frac{1}{3}$ + ℞ 32 + ℞ 24 il quale ordinato secondo la logistica starà così ℞ 56 $\frac{1}{3}$ + ℞ 32 + ℞ 24 + 4. Per regola vniuersale diuidasi in due parti, cioè in due nomi, vna delle quali pongasi che sia ℞ 56 $\frac{1}{4}$ + 4 cioè il primo, & vltimo nome per la maggior parte, la minore sarà il resto, ch'è ℞ 32 + ℞ 24; si quadrino ambidue questi binomij, ò parti, che il quadrato della maggiore sarà 72 $\frac{1}{3}$ + ℞ 3605 $\frac{1}{3}$; & il quadrato della minore 56 + ℞ 3072, sottrisi 56 + ℞ 3072 quadr. della minor parte da 72 $\frac{1}{3}$ + ℞. 3605 $\frac{1}{3}$ quadrato della maggiore, resta 16 $\frac{1}{3}$ + ℞ 21 $\frac{1}{3}$; di questo si pigli il lato, secondo le regole (le quali per esser note à tutti non l'insegno), è 4 + ℞. $\frac{1}{3}$: questo si sommi, e si sottri dalla maggiore delle due parti, che fu 4 + ℞ 56 $\frac{1}{3}$, sarà la somma 8 + ℞. 65 $\frac{1}{3}$, & il resto sarà ℞. 48, piglisi la metà di ciascuno, sarà 4 + ℞. 16 $\frac{1}{3}$, quella del maggiore, & ℞. 12 quella del minore, delle quali due metà presa di nuouo le loro radici, ch'vna è ℞. QQ. 5 $\frac{1}{3}$ + ℞ QQ 3, e l'altra ℞ QQ. 12, e queste poi sommate insieme, fanno ℞ QQ. 12 + ℞ QQ. 5 $\frac{1}{3}$ + ℞ QQ. 3. per la radice del proposto quadrinomio giudicato impossibile ad hauer

Essempio primo, nel quale si caua la radice da vn quadrinomio.

Radice del proposto quadrinomio è vn trinomio.

uer lato, secondo i precetti dell'Analisi.

Esempio secondo.

Propongasi in questo esempio il secondo quadrinomio pur esaminato di sopra, cioè 24 + ℞. 480 + ℞. 512 + ℞. 540. il quale starà così secondo la Logistica 24 + ℞ 540 + ℞ 512 + ℞ 480. del quale volendosene cauar la radice, se ne faccia medesimamente due parti, come di sopra si disse, ponendo, che vna sia 24 + ℞. 480 (primo, & vltimo nome) ch'è la maggiore, restarà la parte minore ℞. 512 + ℞. 540: si quadrino ambedue queste parti, sarà 1056 + ℞. 1105920 il quadrato della maggiore, e 1052 + ℞. 1105920 quello della minore; hor sottrisi il minor 1052 + ℞. 1105920 dal maggiore 1056 + ℞. 1105920; resta 4; da questo preso il lato è 2, il quale sommato, e sottratto al maggior nome 24 + ℞. 480, sarà la somma 26 + ℞. 480, & il resto 22 + ℞. 480, le loro metà, vna è 13 + ℞. 120, e l'altra 11 + ℞. 120, dalle quali prese le loro radici, quella del primo binomio è ℞. 10 + ℞. 3, e quella del secondo è ℞. 6 + ℞. 5: le quali due radici sommate insieme, fanno ℞. 10 + ℞. 6 + ℞. 5 + ℞. 3, per il lato del quadrinomio proposto.

Si troua che la radice di vn altro quadrinomio sia pur quadrinomio.

Esempio Terzo.

Propongasi similmente, che si debba cauar la radice da questo trinomio: ℞ 32 + ℞ QQ. 6912 — ℞ QQ. 768. diuidasi, come negli altri, in due parti; l'vna delle quali ò maggiore sia ℞. 32, la minore sarà ℞. QQ. 6912 — ℞ QQ 768; quadrisi la maggiore, fa 32, quadrisi la minore, fa ℞. 12288 — 96; sottra il minor quadrato dal maggiore, cioè ℞ 12288 — 96; da 32, resta 128 — ℞. 12288; dal quale presa la radice, è ℞. 96 — ℞. 32; che sommata, e sottratta dal maggior nome, che

che fu ℞.32, la somma sarà ℞.96, & il resto ℞ 128 — ℞.96; dall'vno, e dall'altro di questi presa la metà, vna è ℞ 24 l'altra ℞.32 — ℞.24, le radici de' quali due nomi, vna è ℞ QQ 24, e l'altra ℞ QQ 18 — ℞ QQ 2, che sommati insieme fanno ℞ QQ 24 + ℞ QQ 18 — ℞ QQ 2 per il lato del proposto trinomio.

Si troua che la radice di vn Trinomio sia Trinomio.

Accioche si noti, quanto si debba andar con riguardo in determinare regole cauate dalla semplice esperienza (senza fondamẽto, cioè senza dimostrazione Geometrica) in vno, ò in due moltinomij quadrati à bell'agio per osseruar la generazione de' nomi, e dopò imporgli nome di generale. Voglio, che cauiamo la radice da questo trinomio 36 + ℞ 512 — ℞ 80, percioche trouando, che quella sia vn quadrinomio, desidero mi si dica la cagione, e mi facciano capace gl'intendẽti dell'Analisi della causa, perche vn trinomio, come vedesi nel terzo esempio, habbia per radice vn altro trinomio, e di due quadrinomij, come nel primo, e secõdo esempio, vno habbia per radice pur vn quadrinomio, e l'altro vn trinomio; & in questo esempio, che segue per qual causa la radice d'vn trinomio sia quadrinomio, douendo secondo alcuni esser binomio?

Si domanda la causa, perche la radice di vn trinomio sia quadrinomio.

Hor vengasi al proposto trinomio 36 + ℞ 512 — ℞ 80, e cauiamone la sua radice, secondo la regola vnica, e generale detta di sopra. Diuidasi, come s'è fatto ne gl'altri esẽpi, in due parti, vna delle quali, cioè la maggiore sia 36; l'altra sarà ℞ 512 — ℞ 80; quadrisi ciascuna parte, fà il quadrato della maggiore 1296, & il quadrato della minore 592 — ℞ 163840 sottrisi 592 — ℞. 163840 minore da 1296. maggiore, resta 704 + ℞.

Essempio quarto.

℞. 163840. la radice di questo è ℞640 + 8; la quale sommata; e sottratta dal maggior nome 36, fa la somma 44 + ℞640, & il resto è 28 – ℞640: la metà di ciascheduno di questi sono 22 + ℞160, & 14 – ℞160; delle quali le radici vna è ℞20 + ℞2, e l'altra ℞10 – 2, che sõmate fanno ℞20 + ℞10 – 2 + ℞2. per il lato del proposto trinomio 36 + ℞512 – ℞80.

Si troua che la radice di vn trinomio sia quadrinomio.

E notisi, che per esser la regola vniuersale, e dimostrata da Euclide ne' binomij non ne dò altri esempi, tenendosi il medesim'ordine in qualsiuogli altro moltinomio composto, come di sopra dicemmo, dalla combinazione di Numero, ℞Q. & ℞QQ. che hauendo radice nel suddetto modo si trouarà.

Non si risponde al settimo Quesito ch'è l'vltimo dell'Analisi per esser la regola l'istessa che si è adoperata di sopra.

Resta per compimento dell'Analisi il modo di cauar la radice da' trinomij, quadrinomij, &c. e la soluzione del Quesito settimo, delle quali regole stimo bene non dir altro, non giudicandolo necessario, tãto per non ingrandir più questa operetta, quanto per esser la regola buona, e la medesima, c'hò io operata nel precedente discorso nell'ottauo Quesito: la qual regola, benche il Sig. Mag. habbia voluto sfuggir di seruirsene nel sopradetto quesito, per mostrar, che non l'hauea imparata da quello, che volena professar d'insegnargliela, nondimeno in questo non ha potuto far di meno di non valersene, siche per esser ella buona, e generale, tanto per il settimo, come per l'ottauo Quesito, potrà qualsisia operarla senza timor di errare.

Scusa dell'Autore co'l lettore.

Questo è, benigno Lettore, di quãt'ho potuto auuertirti così alla grossolana delle regole, & inuẽzioni dell'Ana-

naliſi con quella ſchiettezza, e vero zelo di leuarti di errore, come alla mia profeſſione giudico appartenerſi, non hauendo hauuto altri, che di giouarti per quanto le mie forze in queſto hanno potuto; nô però d'incolpar malizioſamente l'Autore, il qual io tengo per valent'huomo, e per quanto intendo, in molte coſe vniuerſale; procedendo pur da carità il diſingânar altrui, che ſe ciò poi parrà ad alcuno, ch'io habbia fatto con qualche paſſione, tenga per ſicuro, che ſarà traſcorſo di penna, non atto libero di volontà, la qual io ſempre ho verſo l'Autore d'vn medeſimo tenore quieta, e pacifica.

Se poi in alcuna coſa ti reſtaſſe difficoltà, per nô eſſermi à baſtanza eſplicato, mi farai piacere di prender queſta mia ſcuſa, sì per il poco têpo conceſſomi dal mio eſercizio, eſſendo del côtinuo in altre coſe occupato, sì anco per hauer hauuto riguardo di parlar cô quelli ch'intendono le coſe medeſime, a' quali riſpondeſi, che però chi intende le propoſte nell'Analiſi, facilmente intenderà queſti noſtri eſami; oltre che, ſapêdo io, che il Sig. Mag. ſia per iſtampar vn Teatro molto ſpazioſo, & abbondante di coſe nuoue, mi dò à credere, che in quello vſarà altre regole, & altre dimoſtrazioni, e così ogn'vno conoſcerà ſenz'altra mia lunga diceria eſſer vero, che le date, & inſegnate nel l'Analiſi, ò patiſcono intoppo di verità, ò non ſono tanto generali, come l'Autor preſuppone, e ſe pur ſi ſeruirà delle medeſime, & hauerà l'iſteſſa opinione, (il che non credo), apportarà ragioni, autorità, e dimo- *Suppone l'Autor di parlar con perſone ch'intendono l'Analiſi.*

mostrazioni tali, che sarà conoscere esser io stato troppo ardito in censurar le cose sue: quando ciò sarà, mi obligo sin dal presente à disdirmi di quanto ho detto: non tengo però, che sia per auuenir tal cosa; poiche hauend'io il tutto dimostrato al mio parere à bastanza, & essendo la dimostrazione del vero vnica parmi impossibile, che si possa altramente dimostrare in contrario.

IL FINE.




UNIVERSITY OF MICHIGAN
3 9015 06721 2715

